EFA

EDUCAÇÃO E FORMAÇÃO DE ADULTOS

consultua

Ensino e Formação Profissional, Lda

MATEMÁTICA PARA A VIDA

B3

MANUAL DO FORMANDO

Ficha Técnica

Título
Matemática para a Vida (B3)

Autor
Consultua - Ensino e Formação Profissional, Lda

Colecção
Educação e Formação de Adultos (EFA)

Direcção
Rita Messias

Coordenação
Sónia Romano

Consultoras
Olívia Santos Silva
Ana Margarida Ribeiro Costa

Investigador
Rui Araújo

Design e Imagem
MESTRECLIQUE - Sistemas de Informação, LDA.

Impressão
Servimira

Local e data de edição
Mirandela, 2007 (1ª edição)

ISBN
……

Depósito Legal
……

Tiragem
…

Nota Introdutória

A formação e a educação das populações são sempre o primeiro passo para qualquer estratégia de desenvolvimento, como tal assume-se como uma missão para a Consultua.

Segundo dados do INE 2001, cerca de 75% da população da Região de Trás-os-Montes tinha uma escolaridade inferior ao 9º ano. Neste contexto, era urgente o aumento da qualificação da população. A Consultua, conhecedora dos principais constrangimentos da região, desenhou um plano estratégico de intervenção que visava, maioritariamente, o público pouco escolarizado.

Os cursos de Educação e Formação de Adultos (vulgo EFA), demonstraram ser uma resposta adequada, verificando-se uma grande receptividade do público-alvo a este modelo que rompia com a tradição da formação profissional, pelo que tem sido uma aposta central nos projectos formativos da Consultua, desde 2001.

Desta forma, houve uma grande aposta na especialização e investimento da entidade em termos de formação dos seus técnicos, com vista a responder a este desafio com elevado grau de qualidade.

Com o reconhecimento e Acreditação da Direcção Geral de Formação Vocacional (ex--ANEFA), como Centro de Reconhecimento, Validação e Certificação de Competências (CRVCC), actualmente designado Centro Novas Oportunidades (CNO), a Consultua manteve este objectivo estratégico, transformando-o no seu vector principal de actuação.

Como resultado desta actuação e especialização e consequente know-how por parte da sua equipa técnica, aliado à preocupação constante em promover a inovação e melhoria das práticas pedagógicas, surge o desenvolvimento do projecto de construção de materiais pedagógicos .

O eixo central deste projecto são os materiais de apoio à educação de adultos, elaborados com respeito pelos princípios de educação de adultos e segundo a metodologia própria deste modelo.

Salientamos que a concretização deste projecto só foi possível, devido à entrega, empenho, dedicação e profissionalismo de todos os que contribuíram para a sua realização. Dirigimos a todos, sem excepção, o nosso sincero reconhecimento e gratidão pelo esforço demonstrado.

A Direcção

Apresentação do Manual

A que necessidade visa dar resposta

Sendo a Educação e Formação de Adultos um dos projectos centrais da Consultua, em que o desenvolvimento das acções tem por base uma metodologia inovadora, exige por parte das equipas formativas, uma grande preparação pedagógica para a sua implementação. Os percursos de formação EFA B3 são os mais procurados pelos públicos adultos.
Tendo em conta a escassez de materiais desenvolvidos para esta modalidade de formação, a criação destes visa apoiar as equipas que actuam na área da educação de adultos, dando pistas e orientações para a implementação desta metodologia. Importa referir a necessidade de contextualização e adequação a cada grupo, no entanto, podem ser usados como instrumentos de trabalho, quer ao nível dos cursos de Educação e Formação de Adultos, bem como nas formações complementares no âmbito dos processos de Reconhecimento, Validação e Certificação de Competências, para o aperfeiçoamento de competências na área da Matemática para a Vida de nível B3, ou mesmo como ferramentas de auto-formação.
Por outro lado, pretende-se também proporcionar ao adulto/formando a centralidade no processo de desenvolvimento de competências na área da Matemática para a Vida, para que, de forma autónoma, ou em situações de formação, possa "*aprender, fazendo, a fazer o que não sabe fazer*". (Meirieu, 1996)

A concepção e redacção do manual de Matemática para a Vida para o nível B3, é da responsabilidade do formador Rui Miguel Araújo, com larga experiência como formador na área de competência-chave de Matemática para a Vida em cursos EFA, apoiado pela equipa de Consultoras, Olívia Santos Silva e Margarida Ribeiro. Os conteúdos presentes no manual são o resultado de anos de reflexão, pesquisa e dedicação à educação de adultos, resultando em documentos, na maior parte dos casos, inéditos e fruto da sua criatividade e do domínio da metodologia.

Objectivos do Manual

O presente manual tem como objectivos:

- Consolidar as competências ao nível do processamento da informação, realização de cálculos, interpretação e apresentação de resultados e interpretação do espaço físico num enquadramento matemático, tendo em vista a sua progressão escolar para o nível B3;
- Incentivar a reflexão dos adultos em torno de situações do quotidiano, a partir do lançamento de desafios e propostas de trabalho, com vista à aprendizagem por competências;
- Apoiar as equipas formativas na planificação de sessões, construção de materiais contextualizados e verificação de aprendizagens, seguindo a metodologia própria da educação de adultos, facilitando o desenvolvimento de competências na área da Matemática para a Vida nível B3;
- Facilitar o seu manuseamento e utilização por parte dos adultos, possibilitando o desenvolvimento da autonomia, iniciativa, capacidade de pesquisa, aquisição de saberes e sua mobilização, permitindo um percurso formativo colectivo e em simultâneo individual;
- Apoiar os adultos que, de forma autónoma, pretendam desenvolver competências nesta área, servindo de instrumento de apoio, auto-avaliação e validação das aprendizagens, com vista à sua certificação para o nível B3;

Público- Alvo

Os destinatários deste manual podem ser:

- Formandos que se encontrem a frequentar cursos de Educação e Formação de Adultos ao nível do B3, mediante as devidas adequações e adaptações às necessidades específicas de cada grupo. Os materiais do manual poderão servir para apoiar as equipas formativas na planificação, construção dos materiais devidamente contextualizados e verificação das aprendizagens;
- Formandos das acções de curta duração, no âmbito do despacho nº 99937/2007, ao nível das formações complementares para a certificação de competências, pelo processo de RVCC, para o nível B3;
- Adultos que se encontrem no processo de certificação de competências e que, de forma autónoma, pretendam validar e consolidar as suas competências, com vista à certificação de nível B3.
- Formadores que integram as equipas pedagógicas dos cursos EFA, dos CNO ou das Acções de Curta Duração.

Como está organizado o Manual

O manual inicia com a **Nota Introdutória**, na qual se fundamenta a necessidade do presente projecto. De seguida, e com o intuito de precisar a sua intencionalidade, são apresentados os objectivos do manual de Matemática para a Vida, o público-alvo e a sua organização.

Entrando já no corpo deste recurso, apresenta-se um **Roteiro** que tem como propósito orientar o seu utilizador, no manuseamento do mesmo e na apropriação da sua estrutura, bem como na lógica técnico-pedagógica associada à mesma.

Logo de seguida e por forma a obter uma visão transversal do conteúdo do manual, surgem os **Quadros Orientadores**, auxiliares que conduzem à leitura horizontal de cada uma das actividades propostas no manual.

Inicia então o **Tema de Vida - Trabalho e Emprego**, acoplado à Unidade de Competência **A** juntamente com um conjunto de **Desafios** e **Propostas de Trabalho.** Finalizada a abordagem ao Tema de Vida, o adulto é convidado a iniciar um processo de reflexão, procedendo à sua **auto-avaliação**.

Segue-se o **Tema de Vida – Súde**, acoplado à Unidade de Competência **B** estruturado a partir de um conjunto de **Desafios** e **Propostas de Trabalho.** No final, o adulto é novamente convidado a iniciar um processo de reflexão, procedendo à sua **auto-avaliação**.

Esta estrutura repete-se ao longo dos Temas de Vida **Comunidade** (aborda a Unidade de Competência **C**) e **Direitos Humanos** (aborda a Unidade de Competência **D**).

A cada passo que o adulto se coloca perante os desafios é remetido para a secção **Utilitários** onde encontrará uma bateria de documentos que poderão auxiliá-lo perante a dificuldade ou simplesmente que poderão ajudá-lo a completar o seu entendimento.

Por fim, a secção das **soluções** poderá ajudar o adulto a confirmar as suas ideias e raciocínios, já que na maior parte dos casos são meras orientações e sugestões.

O manual conclui com a apresentação da **bibliografia** que esteve por detrás da concepção do manual de Matemática para a Vida nível B3.

Ao adulto/formando/cidadão

Sónia Romano

A equipa pedagógica da Consultua traz à luz do dia um conjunto de materiais pedagógicos criados especialmente para si, um adulto com experiência de vida, com interesses, com preocupações, com motivações, com valores e crenças.

De uma forma geral, pretendemos que, através dos Desafios e das Propostas de Trabalho, possa reflectir sobre assuntos complexos, participar na formulação de opiniões, resolver problemas, envolver outros participantes e, claro, desenvolver competências pelo caminho.

Participar activamente no seu processo de formação, ou de auto-formação, é o objectivo desta construção pedagógica. Pretendemos que estes recursos lhe permitam aprender a aprender, saber-fazer, saber-ser, mas também, e sobretudo, querer-fazer.

É igualmente nossa pretensão que esta experiência lhe permita uma melhor preparação para fazer face aos desafios futuros. Queremos participar no seu desenvolvimento…

ROTEIRO

Este conjunto de materiais tem por base o Referencial de Competências-Chave da Agência Nacional de Educação e Formação de Adultos (ANEFA).

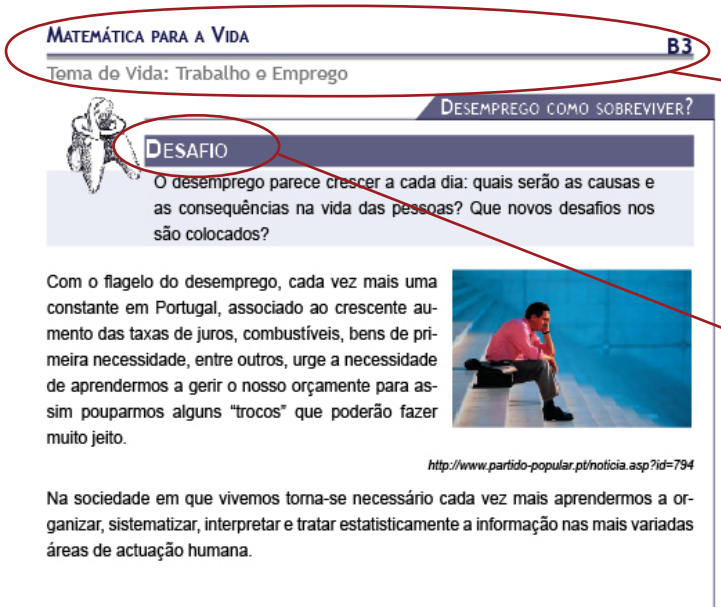
Desenvolve-se em torno de quatro Temas de Vida:

- Trabalho e Emprego
- Saúde
- Comunidade
- Direitos Humanos.

Trabalha o nível B2 (básico 2) e, dentro deste, as Unidades A, B, C e D de Matemática para a Vida..

Elementos estruturantes:

A


MATEMÁTICA PARA A VIDA B3

Tema de Vida: Trabalho e Emprego

DESEMPREGO COMO SOBREVIVER?

DESAFIO

O desemprego parece crescer a cada dia: quais serão as causas e as consequências na vida das pessoas? Que novos desafios nos são colocados?

Com o flagelo do desemprego, cada vez mais uma constante em Portugal, associado ao crescente aumento das taxas de juros, combustíveis, bens de primeira necessidade, entre outros, urge a necessidade de aprendermos a gerir o nosso orçamente para assim pouparmos alguns "trocos" que poderão fazer muito jeito.

http://www.partido-popular.pt/noticia.asp?id=794

Na sociedade em que vivemos torna-se necessário cada vez mais aprendermos a organizar, sistematizar, interpretar e tratar estatisticamente a informação nas mais variadas áreas de actuação humana.

Nesta barra indica-se a área de Competência, o Tema de Vida que lhe está associado e o nível.

O desafio antecede a prosposta de trabalho e aparece em forma de questão, a questão geradora. Este espaço pretende levar à reflexão sobre a realidade em causa, convida-nos a problematizar, interrogando.

Roteiro

B

PROPOSTA DE TRABALHO

AS CONTAS DA CASA

Consulte o UTILITÁRIOS - Doc. 2 para o auxiliar na resolução .

1. Todos os meses recebemos diversas facturas correspondentes a gastos domésticos, como é o caso da electricidade, água, telefone e gás. De forma a controlar todos os seus gastos e a optimizar os seus recursos é importante organizar todas as suas facturas.

http://www.elsalvador.com/noticias/2005/08/14/negocios/img/facturas.jpg

1.1. Inicialmente comece por seleccionar e organizar, numa pequena capa, as facturas da luz ordenadas por mês.

1.2. Efectue o mesmo procedimento para as restantes facturas dos diversos consumos.

MV3A1 / SEQUENCIAR AS TAREFAS ELEMENTARES DE UM PROJECTO

Concluído o desafio, apresenta-se a Proposta de Trabalho

Nesta barra, indica-se a Unidade de Competência trabalhada, bem como o número que corresponde ao critério de evidência subjacente à proposta de trabalho.

Explicitação do critério de evidência trabalhado.

C

INSTRUMENTO DE REFLEXÃO E AUTO-AVALIAÇÃO

Terminada esta unidade, chegou o momento de fazer um balanço das competências que adquiriu e/ou aprofundou e reflectir sobre a sua evolução. Reveja o seu percurso e sirva-se do instrumento que lhe propomos para se autoavaliar, colocando uma cruz no ponto em que se encontra e, no final, identificando as suas dificuldades para as poder superar.

Unidade de Competência	Competências		Sim	Em parte	Ainda não		Muito	Pouco	Muito pouco
	• Utilizar a moeda única europeia e outra moeda familiar em actividades do dia a dia.								
	• Ler e interpretar tabelas de frequências absolutas e de frequências relativas.								
	• Ler e interpretar horários de serviços, de meios de transporte,	2...							

No final de cada unidade de competência é apresentado um instrumento para reflectir sobre o percurso efectuado e para auto-avaliar as competências aprofundadas e/ou adquiridas.

Intencionalidade do manual:

O presente manual poderá ser usado em diversos contextos formativos como são os cursos EFA, os Centros Novas Oportunidades ou como instrumento de apoio a iniciativas de autoformação, processo no qual a figura de um tutor é fundamental.

separador

Quadro Orientador

TEMA DE VIDA: Trabalho e Emprego						
Nível	UComp.	Crit. Evid.	Questões Geradoras	Propostas de Trabalho		Utilitários
				Desafio	Actividade	
B3	MV3A Interpretar, organizar, analisar e comunicar informação usando processos e pro-cedimentos matemáticos	1	O desemprego pare-ce crescer a cada dia: quais serãoas causas e as consequências na vida das pessoas? Que novos desafios nos são colocados?	Desemprego, como sobreviver?	As contas da casa	Doc. n.º 2
		3;6;8	O emprego é um bem cada vez mais escasso: o que se podia fazer para assegurar o trabalho para todos?	Flagelo Nacional	A evolução do desemprego	Doc. n.º 2
		7	Trabalho e Emprego, como foi no passado? Como é no presente? Como será no futuro?	Estatísticas do emprego	Taxa de desemprego	Doc. n.º 2
		3;4;5	Como podemos responder às exigências impostas pela evolução tecnológica? O que é preciso mudar?	Evolução tecnológica	Competências tecnológicas	Doc. n.º 2
		3;4;6	Quem assegura e como se garantem os direitos dos trabalhadores? Que direitos devem ser garantidos?	Higiene e Segurança no Trabalho	Acidentes mortais	Doc. n.º 2
		1	O desemprego parece crescer a cada dia: quais serão as causas e as consequências na vida das pessoas? Que novos desafios nos são colocados?	O desafio Orçamental	Controlar os custos	Doc. n.º 2

Área de Competência: Matemática para a Vida

Quadro Orientador

TEMA DE VIDA: Saúde						
Nível	UComp.	Crit. Evid.	Questões Geradoras	Propostas de Trabalho		Utilitários
				Desafio	Actividade	
B3	MV3B Usar a matemática para analisar e resolver problemas e situações proble-máticas.	4; 8	O que é ter saúde?	Alimentação Saudável	Almoço de família	Doc. n.º 3, 4, 5 e 6
		7	Saúde – um direito de todos?	Direito à saúde	Taxas das urgências	Doc. n.º 7
		5; 6	A saúde em Portugal é diferente da saúde no mundo?	Saúde no Mundo	Um olhar sobre a saúde	Doc. n.º 9 e 10
		1; 3; 7	Saúde – um direito de todos?	Ginástica Orçamental	Medicamentos caros	Doc. n.º 7, 12 e 15
		1; 2; 3	O que é ter saúde? Ter saúde sempre foi entendido da mesma maneira?	Gordura não é formosura	Descuidos na alimentação	Doc. n.º 4, 12 e 15
		2; 3	O que devemos fazer para garantir a nossa saúde?	Mente Sã	Combater o stress	Doc. n.º 12,13 e 15
		2; 3	A saúde é também um dever?	Cuidar da nossa saúde	O colesterol	Doc. n.º 7 e 15
		2; 3	O que devemos fazer para garantir a nossa saúde?	Aprender a relaxar	Vantagens de um spa	Doc. n.º 16
		3; 5	O que devemos fazer para garantir a nossa saúde?	Manter a forma	Construção de um ginásio	Doc. n.º 13 e 17
		5	A saúde de todos que a garante?	Qualidade dos produtos	Embalamento dos produtos	Doc. n.º 13 e 14
		5; 8	O que é ter saúde	Praticar desporto	Natação	Doc. n.º 5, 13 e 14
		3; 4; 5	O que devemos fazer para garantir a nossa saúde?	Devemos garantir a saúde e o bem-estar de todos	Condições mínimas	Doc. n.º 5, 11, 13 e 17
		2; 3	As doenças de hoje, que desafios nos colocam?	Doenças, que desafios?	Altura de um telefone	Doc. n.º 11, 17 e 18
		2; 3	A saúde é também um dever?	Acessibilidades	Rampas de acesso	Doc. n.º 17 e 18

Área de Competência: Matemática para a Vida

Quadro Orientador

TEMA DE VIDA: Comunidade						
Nível	UComp.	Crit. Evid.	Questões Geradoras	Propostas de Trabalho		Utilitários
				Desafio	Actividade	
B3	MV3C Compreender e usar conexões matemáticas, em contextos de vida.	1; 3; 4	Quais as nossas riquezas económicas?	Riquezas económicas	Pontos turísticos	Doc. n.º 1 e 8
		2; 3	Viver em comunidade para o bem ou para o mal? Podemos viver fechados numa comunidade?	Viver em comunidade	Famílias vizinhas	Doc. n.º 19
		2; 3	Das tradições, o que se manteve e o que mudou: usos e costumes	Tradições	Usos e costumes	Doc. n.º 19
		2; 3; 7	Será que vivemos numa comunidade? Mas, o que é afinal uma comunidade?	Tipos de comunidades	Visita de estudo	Doc. n.º 19 e 20
		5; 7; 8	Das tradições, o que se manteve e o que mudou: usos e costumes	Árvore de Natal	Enfeites de Natal	Doc. n.º 20 e 21
		5; 6; 8	Como descrevemos a comunidade onde vivemos?	Calçada Portuguesa	Calçada Portuguesa	Doc. n.º 20 e 21
		2; 6; 9	Como descrevemos a comunidade onde vivemos? Como mudou ao longo dos tempos?	Diferenças arquitectónicas	Urbanização	Doc. n.º 13, 21 e 22

Área de Competência: Matemática para a Vida

Quadro Orientador

TEMA DE VIDA: Direitos Humanos						
Nível	UComp.	Crit. Evid.	Questões Geradoras	Propostas de Trabalho		Utilitários
				Desafio	Actividade	
B3	**MV3D** **Raciocinar mate-maticamente de forma indutiva e de forma dedutiva.**	1; 3	A sociedade actual exige reassumir os direitos?	Xenofobia	Manifestação	Doc. n.º 23
		2; 4; 5	Por que foi necessário falar dos Direitos da mulher e de Direitos da criança?	Direitos da mulher	Violência doméstica	Doc. n.º 23
		2; 4; 5	Por que foi preciso declarar os direitos humanos?	Exploração sexual	Transmissão de doenças sexuais	Doc. n.º 23
		1; 6	A declaração Universal dos Direitos Humanos será realmente respeitada? Que direitos são violados?	Emigração clandestina	Condições de trabalho	Doc. n.º 23

Separador

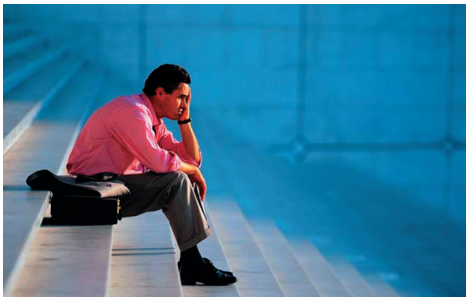
ÍNDICE

- Desemprego, como sobreviver? 25
- Flagelo Nacional 27
- Estatísticas do emprego 31
- Evolução Tecnológica 35
- Higiene e Segurança no Trabalho 39
- O desafio orçamental 43

DESEMPREGO COMO SOBREVIVER?

DESAFIO

O desemprego parece crescer a cada dia: quais serão as causas e as consequências na vida das pessoas? Que novos desafios nos são colocados?



Com o flagelo do desemprego, cada vez mais uma constante em Portugal, associado ao crescente aumento das taxas de juros, combustíveis, bens de primeira necessidade, entre outros, urge a necessidade de aprendermos a gerir o nosso orçamente para assim pouparmos alguns "trocos" que poderão fazer muito jeito.

http://www.partido-popular.pt/noticia.asp?id=794

Na sociedade em que vivemos torna-se necessário cada vez mais aprendermos a organizar, sistematizar, interpretar e tratar estatisticamente a informação nas mais variadas áreas de actuação humana.

PROPOSTA DE TRABALHO

AS CONTAS DA CASA

Consulte o **UTILITÁRIOS - DOC. 2** para o auxiliar na resolução .

1. Todos os meses recebemos diversas facturas correspondentes a gastos domésticos, como é o caso da electricidade, água, telefone e gás. De forma a controlar todos os seus gastos e a optimizar os seus recursos é importante organizar todas as suas facturas.

http://www.elsalvador.com/noticias/2005/08/14/negocios/img/facturas.jpg

1.1. Inicialmente comece por seleccionar e organizar, numa pequena capa, as facturas da luz ordenadas por mês.

1.2. Efectue o mesmo procedimento para as restantes facturas dos diversos consumos.

FLAGELO NACIONAL

DESAFIO

O emprego é um bem cada vez mais escasso: o que se podia fazer para assegurar o trabalho para todos?

Estará o emprego a aumentar ou a diminuir em Portugal?

Será que o aumento da formação e qualificação escolar e profissional poderá ajudar a manter os nossos postos de trabalho?

Qual ou quais os sectores que, se forem bem explorados, poderão vir a desenvolver-se muito favoravelmente e, assim aumentar postos de trabalho?

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

PROPOSTA DE TRABALHO

A EVOLUÇÃO DO DESEMPREGO

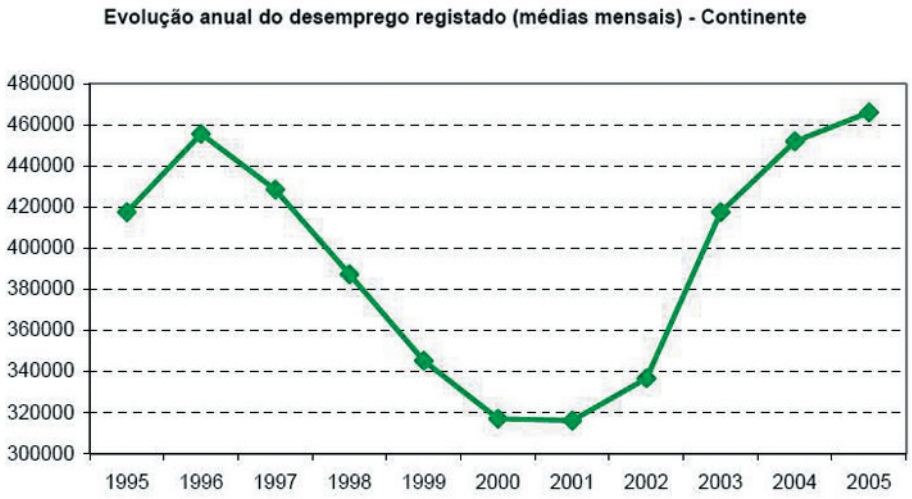
Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 2 para o auxiliar na resolução .

A informação é-nos apresentada nas mais variadas formas, textos, tabelas, esquemas, imagens, gráficos, entre outras.

A representação gráfica é sem dúvida uma das formas mais usadas e uma das quais onde melhor se interpreta e assimila a informação contida. Saber ler gráficos contribui para uma melhor compreensão da realidade, ajuda-nos a observar detalhes e melhora, em muito, a compreensão de qualquer tema de vida.

1. Observe cuidadosamente os seguintes gráficos e faça leitura dos mesmos.

1.1. Gráfico: Evolução anual do desemprego registado (médias mensais) - Continente



Fonte: IEFP – Direcção de Serviços de Estudos

Depois de analisar e interpretar o gráfico, responda às seguintes questões:

1.1.1. Qual a diferença aproximada de desempregados no ano de 1995 para o ano de 2005?

_____

_____

_____

1.1.2. Qual o melhor período e o mais crítico?

_____

_____

_____

1.1.3. Descreva a variação do número de desempregados de 1995 a 2005?

_____

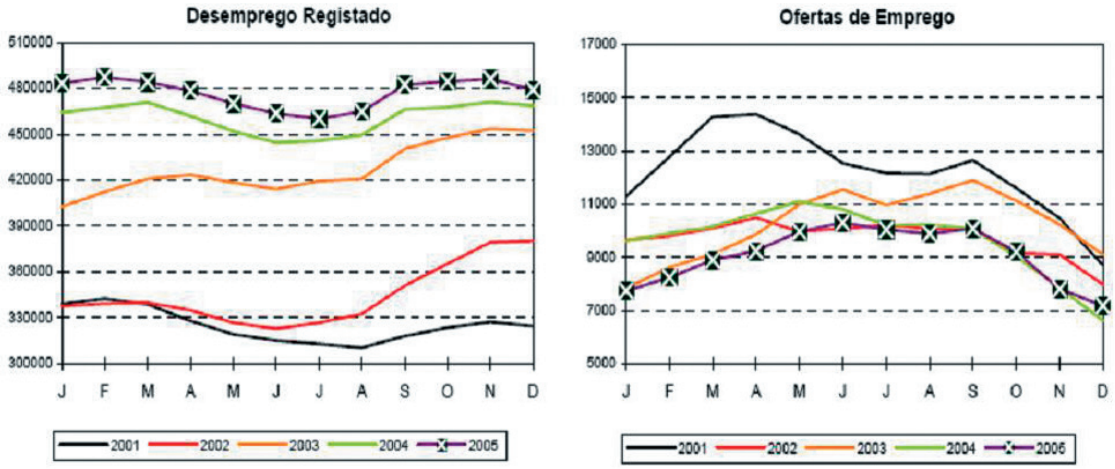
_____

_____

_____

1.1.4. Será que estamos no bom ou mau caminho?

1.2. Gráfico evolução mensal, Portugal, 2001 a 2005



Fonte: IEFP - Direcção de Serviços de Estudos

Relativamente a estes 2 gráficos, repare que eles se referem a duas situações diferentes.

- Qual a evolução do desemprego?
- E das ofertas de emprego?
- Será que estes dois gráficos estão directamente relacionados? Porquê?

MV3A3 / ANALISAR E INTERPRETAR GRÁFICOS RELATIVOS A SITUAÇÕES DA REALIDADE;
MV3A6 / ANALISAR CRITICAMENTE A VALIDADE DE ARGUMENTOS BASEADOS EM INDICADORES ESTATÍSTICOS;
MV3A8 / COMUNICAR RESULTADOS USANDO A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A LÍNGUA PORTUGUESA.

1.3. Algarve cresce acima das expectativas. Indicadores turísticos revelam evolução positiva em Abril e Maio

"O turismo algarvio registou uma evolução positiva nos meses de Abril e Maio. Os últimos dados estatísticos revelam uma subida no número de dormidas, de hóspedes e nas receitas hoteleiras, confirmando as previsões de crescimento apresentadas pela Região de Turismo do Algarve (RTA)…. Estes dados reforçam a antevisão de Verão apresentada pela RTA, na qual se previa um crescimento moderado na ordem dos 3 a 4 por cento."

http://www.rtalgarve.pt

1.3.1. A partir dos gráficos acima apresentados, faça a sua leitura e escreva as suas conclusões.

1.3.2. Tendo como base toda a informação acima apresentada, justifique o facto da curva de desemprego, na Região do Algarve, decrescer a partir de Março até Agosto, não se verificando a mesma situação para a Região Norte.

MV3A3 / ANALISAR E INTERPRETAR GRÁFICOS RELATIVOS A SITUAÇÕES DA REALIDADE;
MV3A6 / ANALISAR CRITICAMENTE A VALIDADE DE ARGUMENTOS BASEADOS EM INDICADORES ESTATÍSTICOS;
MV3A8 / COMUNICAR RESULTADOS USANDO A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A LÍNGUA PORTUGUESA.

ESTATÍSTICAS DO EMPREGO

DESAFIO

Trabalho e Emprego, como foi no passado? Como é no presente? Como será no futuro?

Trabalho e emprego, será que têm o mesmo significado?

A maioria das pessoas associa as palavras trabalho e emprego como se fossem a mesma coisa, não são. Apesar de estarem ligadas, essas palavras possuem significados diferentes.

"O trabalho é mais antigo que o emprego, o trabalho existe desde o momento que o homem começou a transformar a natureza e o ambiente ao seu redor, desde o momento que o homem começou a fazer utensílios e ferramentas. Por outro lado, o emprego é algo recente na história da humanidade. O emprego é um conceito que surgiu por volta da Revolução Industrial, é uma relação entre homens que vendem a sua força de trabalho por algum valor, alguma remuneração, e homens que compram essa força de trabalho pagando algo em troca, algo como um salário."

http://www.ime.usp.br/~is/ddt/mac333/projetos/fim-dos-empregos/empregoEtrabalho.htm

Cada vez há mais emprego ou menos? Como era há uns anos atrás? O que se passa hoje? E o que acontecerá amanhã?

_____

_____

_____

_____

_____

_____

PROPOSTA DE TRABALHO

TAXA DE DESEMPREGO

Consulte o **UTILITÁRIOS - DOC. 2** para o auxiliar na resolução .

Para a realização de um projecto, ou apenas para podermos ensinar aos nossos filhos, netos, entre outros, quase sempre precisamos de aprofundar mais os conhecimentos

que já temos a respeito dos mais variados temas, para isso, devemos ler diversos textos para saber mais sobre o assunto. Nestes textos, encontramos a informação exposta de várias formas, ou seja, texto, números, imagens, gráficos, mapas, tabelas, etc.

1. Muitas das vezes, surge a necessidade de resumirmos e organizarmos essa informação para uma melhor interpretação e facilidade de uso.

Em alguns casos, a organização da informação em tabelas aparece como uma boa alternativa facilitando igualmente a sua leitura e interpretação.

Leia com a atenção o seguinte texto retirado do INE (Instituto Nacional de Estatística), que caracteriza o desemprego do terceiro trimestre de 2005.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTATÍSTICA PORTUGAL

destaque
Informação à Comunicação Social

16 de Novembro de 2005

ESTATÍSTICAS DO EMPREGO
3º Trimestre de 2005

A TAXA DE DESEMPREGO FOI DE 7,7% NO 3º TRIMESTRE DE 2005

No 3º trimestre de 2005, a taxa de desemprego atingiu o valor de 7,7%. Este valor é superior ao que foi registado no trimestre anterior, em 0,5 pontos percentuais, e ao observado no trimestre homólogo de 2004, em 0,9 pontos percentuais. No 3º trimestre de 2005, encontravam-se desempregados 429,9 mil indivíduos.

1. Taxa de actividade

A taxa de actividade registada em Portugal no 3º trimestre de 2005 foi de 52,6%, valor superior ao do trimestre anterior, em 0,2 pontos percentuais (p.p.), e ao do trimestre homólogo de 2004, em 0,3 p.p.. A taxa de actividade dos homens foi de 58,0%. A taxa de actividade das mulheres, que se situou em 47,6% no 3º trimestre de 2005, acompanhou a evolução da taxa de actividade global, tendo subido 0,3 p.p., face ao trimestre anterior, e 0,7 p.p., face ao trimestre homólogo de 2004.

O acréscimo trimestral na taxa de actividade resultou essencialmente do aumento observado na população activa (28,6 mil indivíduos), o qual, por sua vez, decorreu do acréscimo da população desempregada (30,6 mil indivíduos), e da diminuição da população empregada em cerca de 2,0 mil indivíduos.

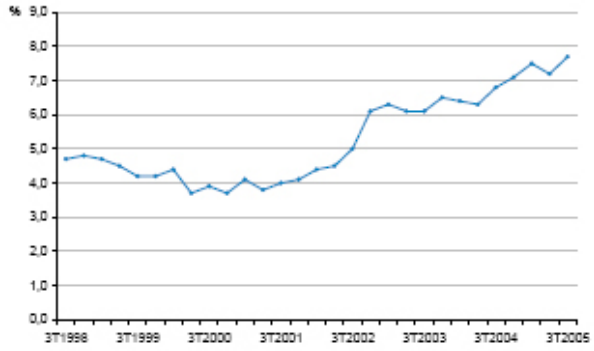
2. Desemprego

2.1. Taxa de desemprego

A taxa de desemprego estimada para o 3º trimestre de 2005 foi de 7,7%, o que traduz acréscimos de 0,5 e 0,9 p.p., face ao trimestre anterior e ao 3º trimestre de 2004, respectivamente.

A subida trimestral da taxa de desemprego resultou do efeito conjugado do aumento da população activa (+0,5%) e do aumento da população desempregada (+7,7%). Em relação ao trimestre homólogo de 2004, a população activa registou um acréscimo de 1,1% e a população desempregada de 14,4%, que se reflectem na variação homóloga da taxa de desemprego em +0,9 p.p..

Gráfico 1: Evolução trimestral da taxa de desemprego



Numa análise por sexo, foi a taxa de desemprego das mulheres que registou o maior acréscimo trimestral, de 8,1% para 8,9%. A taxa de desemprego dos homens passou de 6,5% para 6,7%. Estas evoluções contribuíram para o aumento da discrepância existente entre as taxas de desemprego dos dois sexos.

consultua
Ensino e Formação Profissional, Lda

1.1. Com vista a uma interpretação mais esclarecida, e a uma posterior utilização, da informação acima mencionada, complete a seguinte tabela preenchendo os espaços em branco.

	3º Trimestre de 2004	2º Trimestre de 2005	3º Trimestre de 2005
Taxa de Actividade (%)			
Homens	58,1	57,9	
Mulheres			
Taxa de Desemprego (%)			
Homens	6,0		
Mulheres	7,8		
População Desempregada (Milhares)	**375,9**	**399,3**	
População Empregada (Milhares)	**5125,5**	**5132,0**	**5130,0**

Fonte: *Dados do INE*

EVOLUÇÃO TECNOLÓGICA

DESAFIO

Como podemos responder às exigências impostas pela evolução tecnológica? O que é preciso mudar?

"A competição é cada vez maior e a evolução tecnológica cada vez mais rápida. E há cada vez mais desemprego entre as vítimas da iliteracia tecnológica, entre as pessoas que foram ultrapassadas por essa evolução. "

(Ján Figel, comissário europeu da educação, formação, cultura e multilinguismo.)

Existirá uma relação directa entre desemprego e evolução tecnológica?

_____

_____

_____

Atente neste pequeno episódio da vida laboral …

Diz o patrão ao funcionário:

- Preciso que me faça uma pesquisa na Internet sobre as pequenas e médias empresas presentes na região Nordeste Transmontana, quando encontrar a informação faça o download, guarde numa paste zipada com o meu nome e envie por mail para o Dr. Fernando.

Imagine que o funcionário não tinha competências para cumprir as exigências do patrão. Deveria ser despedido?

PROPOSTA DE TRABALHO

COMPETÊNCIAS TECNOLÓGICAS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 2 para o auxiliar na resolução .

É claro que nem sempre existe uma relação directa entre desemprego e competências tecnológicas, no entanto é evidente que em pleno século XXI elas sejam privilegiadas. Muitas coisas estão ao alcance de um clique…

Vejamos alguns números do desemprego em Mirandela…

1. Na seguinte tabela estão representadas, por mês, o total de desempregados e as ofertas de emprego recebidas no Centro de Emprego de Mirandela no ano de 2006.

Mês	Total de Desempregados	Ofertas recebidas
Janeiro	1986	33
Fevereiro	1998	24
Março	1924	24
Abril	1860	34
Maio	1822	31
Junho	1744	38
Julho	1639	25
Agosto	1642	26
Setembro	1698	42
Outubro	1715	32
Novembro	1821	44
Dezembro	1704	32

Fonte: Instituto do Emprego e Formação Profissional (IEFP)

1.1. Quais são os três meses em que a taxa de ocorrência de desempregados foi menor? Qual será a razão destes valores?

1.2. A partir dos dados da tabela anterior, tente completar a seguinte tabela de frequências.

Ofertas de emprego / Mês	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa (%)	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada	Frequência relativa acumulada (%)
Janeiro	33					
Fevereiro						
Março						
Abril						
Maio						
Junho						
Julho						
Agosto						
Setembro						
Outubro						
Novembro						
Dezembro						
Total						

1.2.1. Quantas ofertas de emprego ocorreram durante o ano de 2006?

1.2.2. Apresente o valor médio de ofertas de emprego por mês, durante o ano de 2006.

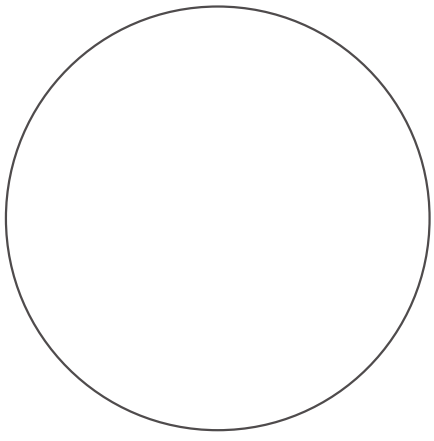
1.2.3. E o valor da mediana quanto será?

1.2.4. Quanto é a moda? E o que significa?

1.2.5. A percentagem de ofertas de emprego no Centro de Emprego de Mirandela durante o primeiro semestre (6 meses) foi maior ou menor relativamente ao segundo? Apresente a diferença em percentagens.

Resposta:

2. Efectue um gráfico circular e um de barras que representem o número de ofertas de emprego por mês no Centro de Emprego de Mirandela.



HIGIENE E SEGURANÇA NO TRABALHO

DESAFIO

Quem assegura e como se garantem os direitos dos trabalhadores?
Que direitos e deveres devem ser garantidos?

Todos os trabalhadores têm direito a boas condições de higiene e segurança no trabalho.

Higiene e segurança do trabalho podem ser entendidas como os conjuntos de medidas que são adoptadas visando minimizar os acidentes de trabalho, doenças ocupacionais, bem como proteger a integridade e a capacidade de trabalho do trabalhador.

Quem acha que deve ser responsável pela adopção e implementação deste conjunto de medidas? Acha que existe falta de informação e formação? Que medidas se deviam adoptar?

Segundo o Instituto Geral do Trabalho, até 31 de Maio de 2007 já houve 56 vítimas mortais de acidentes laborais.

O que pensa desta situação e destes números tão “assustadores”?

Quem será o mais culpado? As entidades empregadoras ou os próprios trabalhadores?

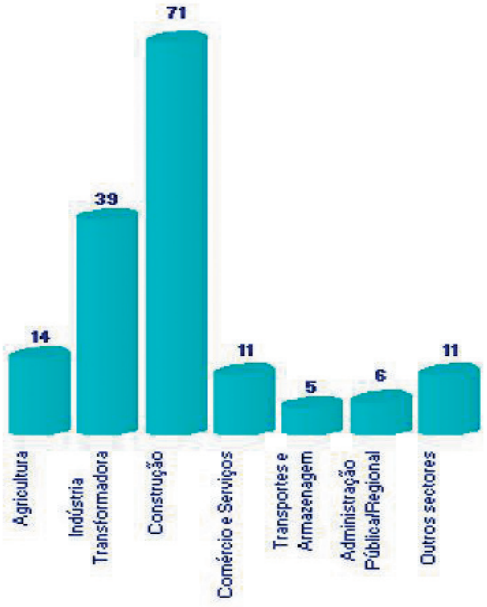
MV3A3 / ANALISAR E INTERPRETAR GRÁFICOS RELATIVOS A SITUAÇÕES DA REALIDADE;
MV3A4 / COMPARAR CONJUNTOS DE DADOS UTILIZANDO FREQUÊNCIAS ABSOLUTAS E RELATIVAS;
MV3A6 / ANALISAR CRITICAMENTE A VALIDADE DE ARGUMENTOS BASEADOS EM INDICADORES ESTATÍSTICOS.

PROPOSTA DE TRABALHO

ACIDENTES MORTAIS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 2 para o auxiliar na resolução .

1. O seguinte gráfico de barras, retirado do site da IGT (Inspecção Geral de Trabalho), representa o número de acidentes mortais por sector de actividade no Ano de 2006.



Após efectuar uma análise e interpretação do gráfico e de acordo com os dados presentes no mesmo, complete a seguinte tabela de frequências.

Sector de actividade	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa em percentagem
Agricultura	14		
Total			

1.1. A partir dos dados da tabela de frequências, indique:

1.1.1. A percentagem de pessoas que morreram em acidentes de trabalho no sector da construção civil.

MV3A3 / ANALISAR E INTERPRETAR GRÁFICOS RELATIVOS A SITUAÇÕES DA REALIDADE;
MV3A4 / COMPARAR CONJUNTOS DE DADOS UTILIZANDO FREQUÊNCIAS ABSOLUTAS E RELATIVAS;
MV3A6 / ANALISAR CRITICAMENTE A VALIDADE DE ARGUMENTOS BASEADOS EM INDICADORES ESTATÍSTICOS.

1.1.2. A percentagem de pessoas que morreram em acidentes de trabalho no sector da indústria transformadora e na agricultura.

_____

_____

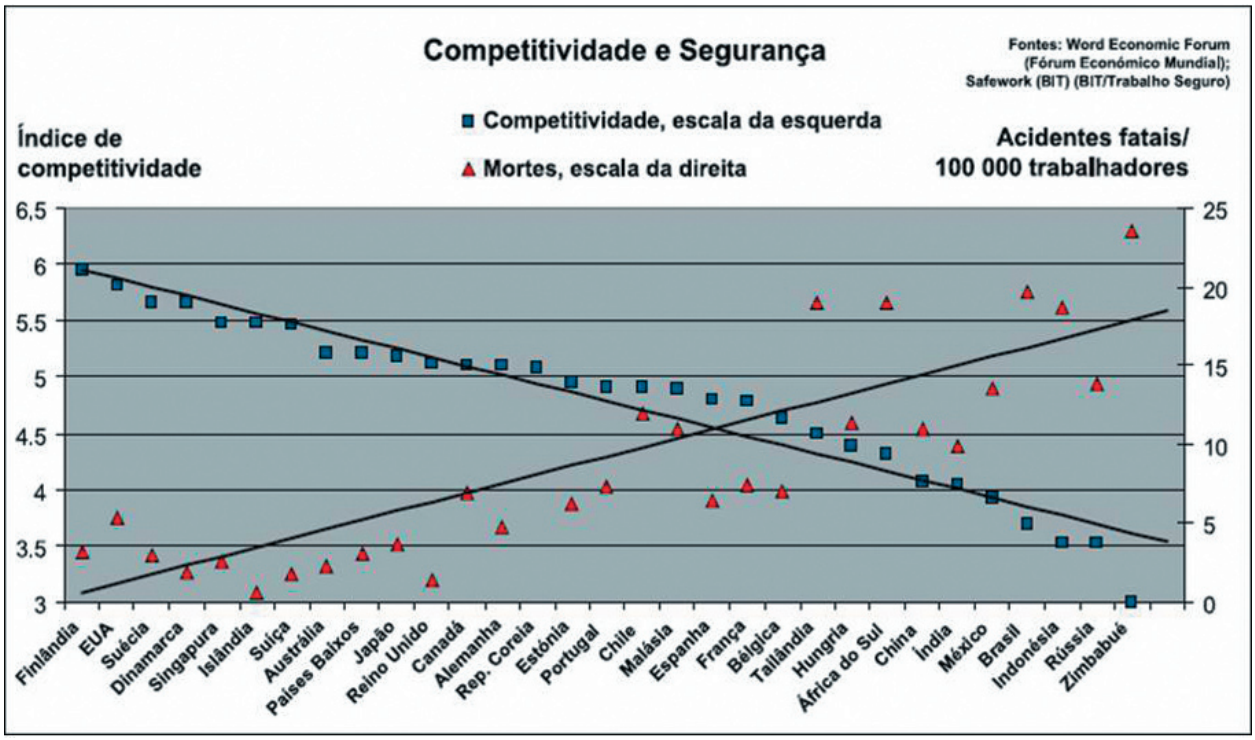
_____

2. A seguinte tabela faz referência aos acidentes de trabalho mortais, na construção civil, segundo as causas no Ano de 2006.

Causas	**Mortes**
Esmagamento	10
Queda em altura	28
Choque com objectos	6
Soterramento	7
Atropelamento	4
Electrocussão	6
Queda de nível	1
Queda de pessoas	1
Em averiguações	8
TOTAL	71

2.1. Construa um gráfico de barras com os dados da tabela anterior.

3. O seguinte gráfico mostra um estudo realizado pelo *Bureau* **Internacional do Trabalho – Genebra**, em que compara o índice de competitividade e segurança em vários países a nível mundial.



3.1. Faça uma análise, interpretação e leitura gráfico acima apresentado.

MV3A3 / ANALISAR E INTERPRETAR GRÁFICOS RELATIVOS A SITUAÇÕES DA REALIDADE;
MV3A4 / COMPARAR CONJUNTOS DE DADOS UTILIZANDO FREQUÊNCIAS ABSOLUTAS E RELATIVAS;
MV3A6 / ANALISAR CRITICAMENTE A VALIDADE DE ARGUMENTOS BASEADOS EM INDICADORES ESTATÍSTICOS.

DESAFIO

O desemprego parece crescer a cada dia: quais serão as causas e as consequências na vida das pessoas? Que novos desafios nos são colocados?

Dando continuidade à primeira proposta de trabalho, e agora que já adquiriu novas aprendizagens e competências, torna-se importante demonstra-las e pôr-se à prova a si mesmo, assim sendo, nada melhor do que aplicá-las de forma a ajudarem-no a gerir o seu orçamento familiar.

Lembra-se da primeira proposta de trabalho? Tem as suas facturas todas organizadas? Óptimo, então vai fazer uso delas.

PROPOSTA DE TRABALHO

CONTROLAR OS CUSTOS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 2 para o auxiliar na resolução .

1. Comece por preencher a seguinte tabela, de modo a facilitar a utilização dos dados.

Meses	Despesa da electricidade	Despesa da água	Despesa do telefone	Despesa do gás	Total
Janeiro					
Fevereiro					
Março					
Abril					
Maio					
Junho					
Julho					
Agosto					
Setembro					
Outubro					
Novembro					
Dezembro					
Total					

1.1. Qual a totalidade de despesas durante o ano?

1.2. Qual o mês com mais gastos?

1.3. Qual a razão?

1.4. O que poderei fazer para reduzir os consumos e consequentemente as despesas?

1.5. Qual a média de despesa mensal?

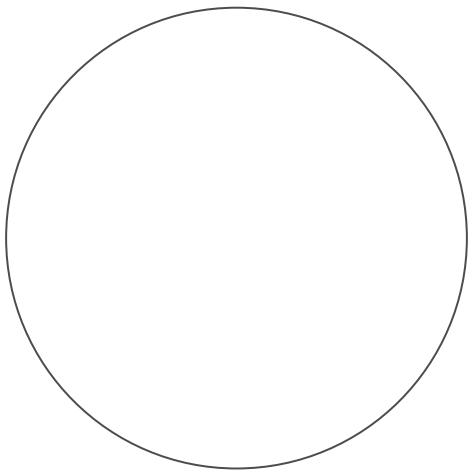
1.6. Encontre a mediana das despesas mensais

1.7. E moda será que tem?

2. A partir dos dados da tabela elaborada anteriormente, complete a seguinte tabela de frequências.

Meses	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa (%)
Janeiro			
Fevereiro			
Março			
Abril			
Maio			
Junho			
Julho			
Agosto			
Setembro			
Outubro			
Novembro			
Dezembro			
Total			

2.1. Efectue um gráfico de barras e um circular que represente as despesas mensais.



Separador

INSTRUMENTO DE REFLEXÃO E AUTO-AVALIAÇÃO

Terminada esta unidade, chegou o momento de fazer um balanço das competências que adquiriu e/ou aprofundou e reflectir sobre a sua evolução. Reveja o seu percurso e sirva-se do instrumento que lhe propomos para se autoavaliar, colocando uma cruz no ponto em que se encontra e, no final, identificando as suas dificuldades para as poder superar.

Unidade de Competência	Competências	ADQUIRI e/ou APROFUNDEI COMPETÊNCIAS?...	Sim	Em parte	Ainda não	COMO EVOLUI?...	Muito	Pouco	Muito pouco
MV3A Interpretar, organizar, analisar e comunicar informação usando processos e procedimentos matemáticos.	• Sequenciar as tarefas elementares de um projecto.								
	• Analisar e interpretar criticamente gráficos relativos a situações da realidade.								
	• Comparar conjuntos de dados utilizando frequências absolutas e frequências relativas.								
	• Analisar e comparar distribuições estatísticas utilizando medidas de localização (moda, mediana, média aritmética).								
	• Analisar criticamente a validade de argumentos baseados em indicadores estatísticos.								
	• Tratar as informações numéricas contidas em textos relativos, nomeadamente, a temas de vida, com vista a uma interpretação mais esclarecida.								
	• Comunicar processos e resultados usando a linguagem matemática e a língua portuguesa.								
Principais dificuldades:									

Aspectos que ainda posso melhorar:

O que posso fazer para melhorar:

As competências trabalhadas giraram em torno do Tema *Trabalho e Emprego*. Esta forma de trabalhar, permitiu-me obter um entendimento diferente sobre esta realidade e apurar o meu espírito crítico? Porquê?

Separador

ÍNDICE

- Alimentação saudável 55
- Direito à saúde 63
- Saúde no Mundo 69
- Ginástica Orçamental 75
- Gordura não é formosura 83
- Mente Sã 89
- Cuidar da nossa saúde 95
- Aprender a relaxar 99
- Manter a forma 103
- Qualidade dos produtos 107
- Praticar desporto 111
- Devemos garantir a saúde e bem-estar de todos 119
- Doenças, que desafios? 125
- Acessibilidades 129

DESAFIO

O que é ter saúde?

Ter saúde passa também por efectuar uma boa alimentação.

Uma alimentação saudável é composta por proteínas, carboidratos, gorduras, fibras, cálcio e outros minerais, como também, é rica em vitaminas. Para isto necessitamos de uma alimentação variada, que tenha todos os tipos de alimentos, sem abusos e também sem privações.

Conhece a roda dos alimentos? Sabe que já existe uma nova roda dos alimentos?

Mas o que é a Roda dos Alimentos?

É uma representação gráfica, criada pelos portugueses na década de 70 no âmbito da Campanha de Educação Alimentar "Saber comer é saber viver", que nos ajuda a melhor escolher e combinar os alimentos que deverão fazer parte da alimentação diária.

Já dizia o poeta «mudam-se os tempos, mudam-se as vontades». Pura verdade! A rotina diária mudou, a oferta de alimentos e, por conseguinte, os apetites também. Pelo que a tradicional roda dos cinco grupos de alimentos também sofreu alterações.

PROPOSTA DE TRABALHO

ALMOÇO DE FAMÍLIA

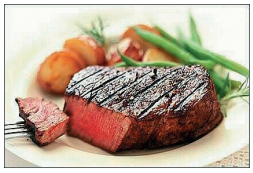
Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 3, 4, 5 E 6 para o auxiliar na resolução .

1. A família Nunes tem por hábito reunir-se num jantar todos os fins-de-semana em casa de cada um dos 3 irmãos. Desta vez, foi na casa da Marisa e como tal, ela foi comprar os ingredientes necessários de modo a fazer uma refeição para 6 pessoas. A ementa do jantar foi a seguinte:

Entrada: **Figos com presunto**
- 12 figos - 6 fatias de presunto muito finas

Sopa de feijão verde com camarão e hortelã:	
Ingredientes: - 700g de feijão verde - $\frac{1}{2}$ kg de camarão cozido - 2 cebolas - 1 dente de alho grande - $\frac{1}{10}$ dl de azeite	- 2 pés de hortelã - 1 colher de chá de pimenta - $\frac{1}{4}$ kg de batatas - 1 molho de cebolinho - sal q.b.

Peixe: Bacalhau à João do Buraco	
Ingredientes: - 600 g de lombos de bacalhau demolhados - 4 cebolas - $\frac{3}{2}$ dl de azeite - $\frac{1}{4}$ kg de camarões - 1,5 kg de amêijoas - 1 ramo de salsa - 1 colher e meia de chá, de pimenta	<u>Puré de batata</u> - 1 kg de batatas - 50 g de manteiga - 4 dl de leite <u>Molho Amarelo</u> - 50 g de manteiga - $\frac{3}{5}$ hg de farinha - 7,5 dl de leite quente - 2 gemas

Carne: Bife à Marrare 	
Ingredientes: *- 100 g de manteiga* *- 3 dentes de alho* *- 6 bifes de lombo de vaca (aproximadamente 100 g cada um)* *-* $\frac{1}{2}$ *dl de sumo de limão* *- 1 dl de leite* *- uma colher e meia de chá de pimenta* *- sal a gosto*	<u>Acompanhamento:</u> - 1 kg de nabiças - 2 dentes de alho - 1 dl de azeite - $\frac{1}{10}$ hg de farinha - $\frac{1}{2}$ dl de sumo de limão

Sobremesa: Tarte de Limão	
Ingredientes: **Massa**: - 50 g de manteiga gelada - $\frac{5}{4}$ hg de farinha **Cobertura de Merengue** - 3 claras - $\frac{1}{10}$ kg de açúcar	<u>Recheio de Limão:</u> - 1 dl de sumo de limão e raspa de 2 limões - 3 gemas - $\frac{2}{5}$ hg de farinha - $\frac{1}{20}$ kg de açúcar

De acordo com as receitas, ajude a dona Maria Nunes a calcular a quantidade de cada ingrediente que terá de comprar.

Azeite (apresente o resultado final em litros):

$\frac{1}{10} + \frac{3}{2} + 1 =$

Camarão (kg):

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

Batata:

Sumo de Limão:

Farinha (apresente o valor final em kg):

Manteiga:

Que quantidade de manteiga precisa?

Essa quantidade de manteiga, que parte (**fracção**) é de um quilo?

$\frac{1}{}$

Açúcar:

Leite:

Que quantidade de leite é necessária?

Um litro de leite é o suficiente?

Se não, que parte (**fracção**) de um litro de leite é preciso para a quantidade exacta?

Todas estas quantidades de ingredientes são para um refeição de 6 pessoas.

Se fossem 10 pessoas que quantidades eram necessárias? (*utilize as regras das proporções ou a regra de três simples no cálculo das quantidades exactas*)

Azeite:

Camarão:

Batatas:

Limão:

Farinha:

Manteiga:

Leite:

DESAFIO

Saúde – Um direito de todos?

Será que todos nós temos igualdade de direitos relativamente à saúde? Ou como se costuma dizer, hoje em dia só tem saúde quem a pode comprar?

_____

_____

_____

_____

Taxas mais caras em Abril com urgências penalizadas.	
"O Ministério da Saúde justifica o acréscimo do valor pago nas urgências pela vontade de racionalizar o acesso a estes serviços – principalmente nos hospitais - e evitar a sua utilização abusiva. Contudo, a tutela recua na intenção de penalizar quem recorre às urgências sem necessidade e avança com um aumento global para todos os que utilizam os serviços, precisem ou não deles. As falsas urgências rondam hoje os 40% dos atendimentos". *Diário de Noticias – 6 de Março, segunda-feira, 1996*	

PROPOSTA DE TRABALHO

TAXAS DAS URGÊNCIAS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 7 para o auxiliar na resolução .

1. Leia com atenção os seguinte excertos retirados de um artigo do Diário de Notícias

"O Orçamento de Estado já previa que os cofres estatais arrecadassem mais dinheiro este ano pelas taxas moderadoras. Se em 2005, estas valeram ao Estado 39 milhões de euros, prevê-se que em 2006 subam 9,1%..."

Diário de Noticias – 6 de Março, segunda-feira, 1996

1.1. Segundo o aumento previsto das receitas das taxas moderadoras para 2006, calcule o valor do montante aproximado que o cofre estatal arrecadou.

Resposta:

"Os utentes vão pagar mais pelos cuidados de saúde já em Abril. O Governo vai aumentar as taxas moderadoras nas urgências em 23% - passando para 8,50 euros nos hospitais centrais e de 2 para 3,30 euros nos centros de saúde."

Diário de Noticias – 6 de Março, segunda-feira, 1996

Segundo as informações descritas anteriormente, calcule:

1.2. O valor das taxas moderadoras nas urgências dos hospitais centrais antes do aumento de 23%.

Resposta:

_____

_____

1.3. A percentagem do aumento das taxas moderadoras nos centros de saúde.

Resposta:

_____

_____

2. O Sr. Joaquim recebe uma pensão mensal de invalidez de 249,44 €, gasta em medicamentos cerca de 35% da sua pensão.

2.1. Quanto dinheiro lhe sobra para gastar noutras necessidades?

Resposta:

_____

_____

2.2. Com a rectificação do orçamento de estado, os medicamentos aumentaram e o Sr. Joaquim passou a gastar mais 5€ por mês nos mesmos medicamentos.

Que percentagem paga ele agora relativamente à sua pensão?

Resposta:

_____

_____

3. "O total de indivíduos com excesso de peso a nível nacional, é de cerca de 4,5 milhões de pessoas".

http://www.roche.pt/emagrecer

Tendo como base a afirmação anterior complete a seguinte tabela:

Região de Portugal	Taxa de Prevalência da Obesidade	Total de indivíduos
Alentejo	13,9%	625.500
Lisboa e Vale do Tejo	13,4%	
Centro	11,3%	
Algarve	9,9%	
Norte	9,6%	

Fonte: http://www.roche.pt/emagrecer

Realize os seus cálculos no espaço abaixo.

SAÚDE NO MUNDO

DESAFIO

A saúde em Portugla é diferente da saúde no mundo?

Todos nós sabemos e conhecemos os problemas do nosso sistema de saúde, mas será que os problemas existem apenas no nosso país?

Mundo precisa de mais 4 milhões de médicos, diz OMS

A Organização Mundial da Saúde (OMS) estima que a escassez de profissionais da saúde no mundo ronda os 4 milhões de profissionais de saúde, só assim se poderia acabar com a "escassez crónica"

O relatório afirma que pelo menos 1,3 biliões de pessoas em todo o mundo não têm acesso aos cuidados médicos mais básicos.

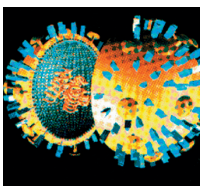
Fonte: *(http://www.bbc.co.uk/portuguese/ciencia/story/2006/04/060407_omsdiadasaude.shtml) 07 de Abril, 2006*

PROPOSTA DE TRABALHO

UM OLHAR SOBRE A SAÚDE

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 9 E 10 para o auxiliar na resolução .

1. O tamanho aproximado de um vírus da gripe é de 0,000 000 002 2 m.



Escrevendo este valor em notação científica……

0,000 000 002 2 m = 2,2 x 10--m.

2. Segundo o relatório UNAIDS – 2006 *(http://www.roche.pt/sida/estatisticas)*

- **14 mil** foram infectadas diariamente com o VIH (em 2004)
- **3,1 milhões** é o número de seropositivos que morreram em 2004
- **4,9 milhões** é o número de novas infecções em 2004
- **22 milhões** de pessoas morreram vítimas de SIDA
- **28 milhões** de crianças africanas terão, em 2010, perdido pelo menos um dos pais, em consequência do SIDA. No total dos países em desenvolvimento, estima-se que esse número seja de **44 milhões** (relatório agência americana para o desenvolvimento internacional, 2000).

Escreva os valores acima apresentados em numerário e posteriormente em Notação Científica na tabela abaixo representada.

Valor	Numerário	Notação Científica
14 mil	14 000	1,4 x 10—

3. Leia com atenção os seguintes textos e coloque em notação científica os valores a sublinhado.

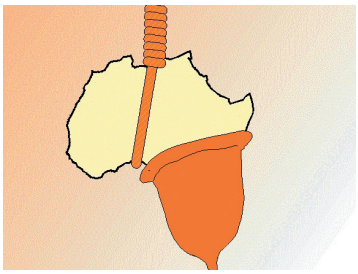
"*Considerada já uma epidemia, com impacto na saúde pública, economias e desenvolvimento dos países, estima-se que, em 2010, a obesidade venha a atingir 150 milhões de adultos e 15 milhões de crianças*."

(Teste Saúde, DECO Proteste, Fevereiro/Março de 2007)

"*Os dados apresentados pela Comissão Europeia em Junho de 2003 na "Estratégia Europeia de Ambiente e Saúde" são preocupantes. Estima-se que nos países industrializados 20% das doenças registadas sejam imputáveis a factores ambientais, registando-se um aumento significativo de casos de asma e alergias. O mesmo documento refere um estudo efectuado em 124 cidades (80 milhões de habitantes) que concluiu que a exposição a situações prolongadas de poluição do ar por partículas não é negligenciável, inclusive na análise dos casos de morte. Refere também que os europeus passam 85% a 90% do seu tempo em ambientes fechados; outros estudos revelam que os níveis de poluição do ar interior é duas vezes mais elevado do que no exterior, favorecendo a existência de alergias, enxaquecas, asma e cancro. Calcula-se que 10 milhões de pessoas na Europa estão expostas a níveis de ruído ambiente susceptíveis de provocar perturbações.*"

Fonte: Instituto do Ambiente (*www.iambiente.pt)*

4. A SIDA continua a ser umas das doenças que mais preocupa a sociedade mundial, principalmente no continente Africano, onde continuam a morrer milhares de pessoas por dia e mais grave ainda, não usam qualquer tipo de protecção para tentar evitar a proliferação da doença.



"*Do total de pessoas infectadas ou que já contraíram a AIDS (SIDA), no mundo inteiro, uns 34,4 milhões de pessoas, segundo as estimativas 63% encontram-se em África. Os números estatísticos são de sentir arrepio. Os testemunhos e as imagens ainda mais. O futuro destes países, que, além disso, enfrentam profundas crises sociais, económicas, políticas e militares, realmente é incerto.*

De acordo com as últimas informações do Programa das Nações Unidas para o HIV e a AIDS (SIDA) (UNAIDS), uns 34,4 milhões de pessoas, no mundo inteiro estão infectados com o vírus da AIDS (SIDA) e desse total uns 27,6 milhões foram contagiados em 1999"

Fonte: (*http://www.prela.nexus.ao/Pag/noticia(13).htm*)

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

4.1. Utilizando os dados do texto acima apresentado, qual o número de pessoas infectadas com o SIDA no continente africano?

5. Um dos grandes focos de geração e proliferação de doenças são as lixeiras a céu aberto.

"*As práticas de eliminação dos resíduos são por vezes inexistentes ou inadequadas. Muitas vezes o seu destino é uma lixeira de resíduos urbanos a céu aberto. Outro dos destinos preferenciais são os países empobrecidos do terceiro mundo, dispostos a trocar por alguns milhões de dólares a saúde da sua população. Veja-se o caso da Guiné-Bissau que, em 1988, recebeu* **15 milhões de toneladas** *de resíduos tóxicos pelo preço de* **40 dólares a tonelada**."

(*www.naturlink.pt*)

5.1. Escreva em notação científica os valores que se encontram sublinhados e a **negrito**.

5.2. Após escrever os valores sob a forma de potência (notação científica) e utilizando as regras da multiplicação de potências, calcule o valor de dólares que a Guiné-Bissau recebeu pelas toneladas de resíduos aceites. (*sem usar máquina de calcular*)

6. Escreva em notação científica os seguintes números que aparecem no texto.

6.1. Há cerca de 60 milhões de células na retina do olho humano.

6.2. Em média uma célula do corpo humano tem uma massa (peso) de 0,000 000 008 gramas.

6.3. A partir das afirmações acima apresentadas, qual será aproximadamente a massa das células presentes na retina do olho humano? **(***Utilize os valores escritos sob a forma de notação científica juntamente com as propriedades das potências e sem utilizar máquina de calcular***)**

7. Estima-se que um adulto médio tem aproximadamente 5 litros de sangue, existam em cada litro de sangue cerca de 4,5 mil milhões de glóbulos vermelhos, 6 milhões glóbulos brancos e 300 milhões plaquetas.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Medula_%C3%B3ssea

7.1. Qual o valor aproximado de glóbulos vermelhos, glóbulos brancos e plaquetas presentes num adulto?

Comece por tentar escrever os valores acima descritos em numerário e posteriormente em notação científica.

Valor	Numerário	Notação Científica
4,5 mil milhões		
6 milhões		
300 milhões		

Utilizando o valor em notação científica e as regras das operações da multiplicação de potências, tente efectuar os cálculos e responder à questão acima colocada sem recorrer à máquina de calcular

Resposta:

GINÁSTICA ORÇAMENTAL

DESAFIO

Saúde – Um direito de todos?

Por uma política do medicamento ao serviço dos portugueses.

Sexta, 03 Fevereiro 2006

"Só razões economicistas, enquadradas numa estratégia global de fazer pesar cada vez mais nos orçamentos familiares os custos com a saúde, numa clara afronta à Constituição da República, podem justificar mais uma medida que justificada com a necessidade de combater a fraude, terá como consequência inevitável, retirar a milhares de pensionistas com pensões abaixo do salário mínimo nacional, o direito a terem um apoio de mais 15% na comparticipação dos medicamentos. Uma parte significativa destes pensionistas são já hoje confrontados com a necessidade de optarem entre o satisfazerem necessidades mínimas com a alimentação e o vestuário, e a compra dos medicamentos que necessitam no dia a dia, tal é o peso dos custos com medicamentos no quadro de um orçamento familiar de subsistência…".

Fonte: http://www.pcp.pt/index.php?option=com_content&task=view&id=4312&Itemid=245

O que pensa da situação actual de muitos dos nossos pensionistas?

Qual a posição que o estado deveria tomar?

PROPOSTA DE TRABALHO

MEDICAMENTOS CAROS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 7, 12 E 10 para o auxiliar na resolução.

1. Depois de mais uma "visita" à farmácia, a dona Joana chegou a casa e disse ao marido:

" Fui à farmácia, gastei 75€ e trouxe apenas 3 caixas de comprimidos! Sabes quanto custou cada caixa?"

O marido da dona Joana pensou e para resolver este pequeno problema chegou à seguinte equação: $3c = 75$

Descortinando….

A expressão $3c = 75$ é uma _____, onde _____é a incógnita ou variável;

$3c$ é o _____ da _____;

75 é o _____ da _____;

Isto é:

$$\underbrace{3c}_{\text{_____}} = \underbrace{75}_{\text{_____}}$$

Conclusão:

Uma _____ é uma igualdade onde figura sempre, pelo menos uma letra (uma incógnita ou variável) cujo valor se desconhece.

Na equação, $\underbrace{3c}_{\text{termo}} = \underbrace{75}_{\text{_____}}$

MV3B1 / UTILIZAR UM MODELO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, POR EXEMPLO O PROPOSTO POR POLYA;
MV3B3 / RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM EQUAÇÕES DE 1.º GRAU;
MV3B7 / RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM A RESOLUÇÃO DE PERCENTAGENS.

Ora, no termo $3c$ sabemos que **3** designa-se por _____ e c por _____.

À descoberta da solução…

A equação que traduzia o problema anterior era: $3c = 75$

Como descobrir a solução?

Para descobrir a solução de uma equação é necessário resolver essa equação, isto é, é necessário determinar o valor a atribuir à incógnita (à variável) para se transformar a equação numa igualdade verdadeira.

Assim, o valor da variável que transforma a equação numa igualdade verdadeira chama-se **solução da equação** ou **raiz da equação.**

Voltando ao problema, queremos descobrir a solução da equação $3c = 75$, isto é, queremos determinar o valor que deve ter c de modo a tornar a igualdade verdadeira.

Para isso vamos:

1. Isolar os monómios com incógnita num dos membros;

(escolhemos o primeiro porque já lá se encontra)

$$3c = 75$$

2. Isolar a incógnita;

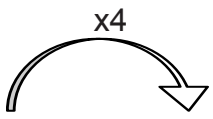
Para isso é necessário aplicar algumas regras:

• **Regra da adição**: Se numa equação mudarmos um termo de um membro para o outro, trocando-lhe o sinal, obtemos outra equação equivalente.

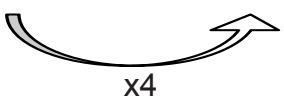
Ex.: $X - 3 = -5 <=> X = -5 + 3$

$$3c = 75 <=>$$

• **Regra da multiplicação**: Se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma equação pelo mesmo número diferente de zero, obtemos outra equação equivalente.



Ex.: $\frac{1}{4} X = 35 <=> X = 140$



$$3c = 75 <=> \frac{3}{3} c = \frac{75}{3} <=>$$

$$c = 25$$

3. **Solução da equação**;

$c = 25$

4. **Verificação da solução**;

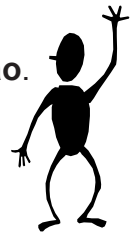
Substituir na equação inicial a incógnita pelo valor encontrado e verificar se a igualdade é ou não verdadeira.

$3 \times 25 = 75 \Leftrightarrow$

$75 = 75$

Solução verificada e provada

5. **Indicar o conjunto solução**.



$S = \{25\}$

Nota: *esta situação problemática facilmente se resolvia sem termos que recorrer às equações, mas esta serve apenas como um exemplo de aplicação para outras situações*.

2. A dona Joana encontrou uma amiga na rua e começou a desabafar….

" Que vida a minha, qualquer dia nem sei o que fazer para sobreviver, cerca de 75% da minha pensão vai para medicamentos! Quer saber a quantidade de comprimidos que o médico me receitou para os próximos 2 meses? Ora veja lá se adivinha: metade são caixas, uma quarta parte são frascos e tenho ainda 6 xaropes."

À descoberta da solução…

2.1. Em primeiro lugar vamos traduzir o problema numa equação:

2.2. Depois, seguindo os vários passos encontre a solução, explicando sempre os passos dados.

2.3. Considerando os seguintes preços, qual a pensão da D. Joana?

Caixa de comprimidos – 7 €

Frasco de comprimidos – 10 €

Xarope – 5 €

GORDURA NÃO É FORMOSURA

DESAFIO

O que é ter saúde? Ter saúde sempre foi entendido da mesma maneira?

Será que gordura ainda é sinónimo de saúde e formosura?

Um dos flagelos do século XXI, passa pelo combate à obesidade.

Esta doença se não for controlada e combatida desde muito cedo, pode vir a trazer graves problemas futuros, como é o caso da diabetes, hipertensão arterial, colesterol entre outros….

Calcule o seu Índice da Massa Corporal (IMC), através da seguinte fórmula:

$$IMC = \frac{peso}{(altura)^2}$$

PROPOSTA DE TRABALHO

DESCUIDOS NA ALIMENTAÇÃO

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 4, 12 E 15 para o auxiliar na resolução .

1. Uma das formas de combater preventivamente a obesidade, passa pelo controlo e rigor na alimentação infantil.

Assim sendo, no Infantário "Sol" existe um programa de controlo para as

MV3B1 / UTILIZAR UM MODELO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, POR EXEMPLO O PROPOSTO POR POLYA;
MV3B2 / COMUNICAR PROCESSOS E RESULTADOS USANDO A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A LÍNGUA PORTUGUESA;
MV3B3 / RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM EQUAÇÕES DE 1.º E 2.º GRAU.

crianças. Para isso utilizam o Índice da Massa Corporal (IMC).

O IMC é calculado através da seguinte fórmula:

$$IMC = \frac{peso\ (Kg)}{(altura)^2 (m)}$$

1.1. A seguinte tabela mostra as crianças que se encontram em estudo:

Aluno	IMC	Peso	Altura^2	Altura
Carlinhos		24 Kg		85 cm
Joana		13 Kg		90 cm
Bela	20		0,6724	
Pedro	22	18 Kg		
Tiago		20 Kg	0,7225	
Mariana	26			1 m

A partir das informações presentes na tabela anterior, ajude a nutricionista do infantário a preencher a tabela, para assim poder administrar uma dieta apropriada para cada criança.

Para efectuar os cálculos, utilize o espaço disponível em baixo.

1.2. Observe e analise a informação da tabela abaixo.

IMC	Classificação	Risco de doenças cardiovasculares
< 18,5	Baixo Peso	Baixo
18,5 – 24,9	Peso Normal	Normal
25 – 29,9	Excesso de Peso	Aumentado
30 – 34,9	Obesidade de Classe 1	Moderado
35 – 39,9	Obesidade de Classe 2	Grave
> 40	Obesidade de Classe 3	Muito Grave

Fonte: www.incp.pt – classificação segundo a OMS

Com base na informação das tabelas anteriores, classifique as crianças em estudo preenchendo a seguinte tabela:

Aluno	IMC	Classificação
Carlinhos		
Joana		
Bela		
Pedro		
Tiago		
Mariana		

E você? Em que escalão se encontra?

O que acha sobre esta problemática? Será uma questão de educação? Será uma questão social? Hábitos alimentares? Ou, simplesmente, descuido…. Reflicta e retire as suas conclusões, porque lhe poderão vir a ser úteis.

2. " Os homens entre os 20 e os 45 anos necessitam de ingerir uma média de 2500 calorias por dia, e as mulheres necessitam de ingerir uma média de 2000 calorias"

" As proteínas são necessárias para o crescimento, reparação e manutenção do corpo, mas apenas em pequena quantidade – cerca de 55 gramas diários para o homem e 45 gramas para a mulher, …" (Receitas Saudáveis da Cozinha Portuguesa, Selecções do Reader's Digest, 1ª edição – Abril de 2005, Lisboa)

2.1. O Ricardo anda a tentar controlar o peso devido aos seus problemas de saúde. Ao longo do dia, nas suas refeições, ingeriu as seguintes calorias:

Pequeno-almoço – 400 calorias

Meio da manhã – um quarto das calorias do pequeno-almoço

Almoço – 800 calorias

Lanche – um meio das calorias do almoço

Jantar – x calorias

Depois do jantar o Ricardo foi beber um copo com os amigos e ainda ingeriu mais uma quarta parte das calorias do jantar.

Quantas calorias ingeriu o Ricardo no seu jantar, sabendo que ultrapassou em 500 o valor médio de calorias diárias.

Apresente os cálculos no espaço em baixo.

Resposta:

2.2. Em média, uma corrida de uma hora tem um desgaste calórico de 800 calorias. Quanto tempo precisa o Ricardo de correr para compensar as calorias em demasia?

Resposta:

2.3. A Ana, a esposa do Ricardo, fez as mesmas refeições e consequentemente ingeriu as mesmas calorias do marido. Mas, como estava cansada do dia de trabalho, não acompanhou o marido na saída nocturna. Assim sendo, quanto tempo de corrida precisará ela de fazer para compensar as calorias ingeridas?

Resposta:

DESAFIO

O que devemos fazer para garantir a nossa saúde?

Uma das formas de garantir a nossa saúde, além do exercício físico e de uma alimentação equilibrada, devemos também evitar o stress. Para isso temos que começar a aprender a relaxar, e nada como ler um bom livro no nosso jardim, ou mesmo fazer jardinagem e cuidar da horta.

Concorda com o parágrafo anterior? Acha que vivemos numa sociedade stressada, ou apenas está na moda o stress?

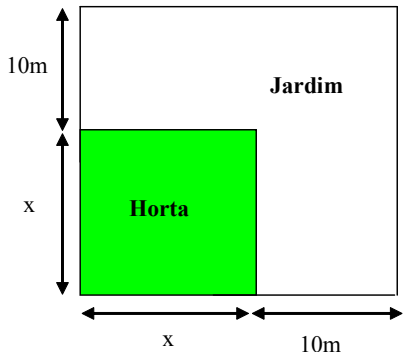
PROPOSTA DE TRABALHO

COMBATER O STRESS

Consulte o **UTILITÁRIOS - DOC. 12, 13 E 15** para o auxiliar na resolução .

1. A dona Maria adora cuidar da sua horta e do seu jardim. Quando construiu a sua vivenda nos arredores de Lisboa disse ao marido que do jardim cuidava ela e da horta cuidava ele tendo assim um "escape" para aliviar o stress do dia-a-dia.

A figura abaixo representa o jardim com a horta.



MV3B2 / COMUNICAR PROCESSOS E RESULTADOS USANDO A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A LÍNGUA PORTUGUESA
MV3B3 / RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM EQUAÇÕES DE 1.º E 2.º GRAU.

Sabendo que a área total é de 625m^2 qual será o valor de x.

Em busca da solução…

Qual será a equação que traduz este problema?

Tenha em atenção a fórmula da área do quadrado. **(A = Lado x Lado)**

Tendo por base a equação que traduz em linguagem matemática o problema anterior, leia atentamente o texto seguinte, no qual são apresentadas algumas conclusões acerca dessa equação e complete os espaços em branco.

Ao equacionar o problema anterior obteve uma equação cujo primeiro membro é um polinómio cujo grau mais elevado é _____, pelo que, dizemos que o polinómio é de _____ grau.

A equação _____ é uma equação de 2º grau.

Então, chama-se equação de segundo grau a toda a equação que se pode reduzir à forma:

$$a\,x^2 + b\,x + c = 0, \text{ coma } \neq 0 \text{ e } b,\ c \in \Re$$

Temos uma equação de 2.º grau

$$\underbrace{_____}\ x^2 + \underbrace{_____}\ x + \underbrace{_____} = 0$$

Termos em x^2 | Termo em x | Termo independente

onde:

_____ representa o coeficiente do termo em x^2 ;

_____ representa o coeficiente do termo em x ;

_____ representa o termo independente.

A equação que traduz o problema é uma equação de 2º grau completa, então para encontrarmos a solução do problema temos que usar uma fórmula a chamada fórmula resolvente:

Onde:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

a – representa o coeficiente do termo x^2

b – representa o coeficiente do termo x

c – representa o termo independente.

Calcule então o valor de x.

Nós sabemos que:

a corresponde ao valor_____

b corresponde ao valo _____

c corresponde ao valor _____

Pegando na fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, e nos valores das variáveis, vamos agora substituir as variáveis pelos respectivos valores, então vem que:

$$x = \frac{-_ \pm \sqrt{_^{2} - 4_ \times _}}{2 \times _} \Leftrightarrow$$ (fazendo as operações, vem que:)

$$x = \frac{-_ \pm \sqrt{_ \; -_}}{_} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-_ \pm \sqrt{___}}{_} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-_ + \sqrt{___}}{_} \quad \text{V} \quad x = \frac{-_ - \sqrt{___}}{_}$$

$$x = \frac{-_ + _}{_} \quad \text{V} \quad x = \frac{-_ - _}{_}$$

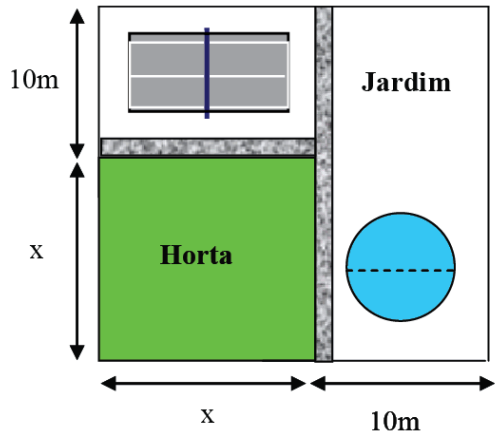
$$x = \quad \text{V} \quad x =$$

Visto ter chegado a dois valores finais, qual será o valor correcto de x? Porquê?

2. Qual é o perímetro do jardim?

Resposta:

3. A seguinte figura mostra a casa da dona Maria depois de efectuadas obras no jardim.



3.1. Sabendo que a piscina, com a forma circular, ocupa uma área de 50,24 m^2, calcule o diâmetro da piscina.

Nota: para resolver esta situação problemática, utilize a fórmula do cálculo da área do círculo.

DESAFIO

A saúde é também um dever?

Será a saúde apenas um direito? Será que nós temos os cuidados devidos para uma vida mais saudável e duradoura?

A figura seguinte foi extraída de umas análises clínicas.

Observe o excerto, tenha em atenção os valores registados e os valores de referência e faça a sua análise. Será que os valores registados são bons? Estão abaixo ou acima dos valores de referência?

Parâmetro	Resultado	Unid.	V.Ref.
HEMATOLOGIA			
GRUPO SANGUINEO			
Sistema ABO.....	A		
Sistema Rh.....	POSITIVO		
HEMOGRAMA			
Eritrograma			
Hemoglobina	15.5	g/dl	13.5 - 18.0
Eritrócitos	5.09	milhões/mm3	4.6 - 6.2
Volume Globular	45.0	%	43.0 - 49.0
V. G. M.	88.4	fl	80.0 - 96.1
H. G. M.	30.5	p.g	27.0 - 31.0
C. H. G. M.	34.4	g/dl	32.0 - 36.0
Leucograma			
Leucócitos	7.370	10^3/uL	4 - 11
	%	10^9/l	
Gran.Neutrófilos	53.1	3.913	2.1 - 7.6
Gran.Eosinófilos	3.3	0.243	0.0 - 0.2
Gran.Basófilos	0.5	0.037	0.0 - 0.2
Linfócitos	37.4	2.756	1.0 - 4.2
Monócitos	5.7	0.420	0.1 - 1.2
PLAQUETAS.....	236	10^3/µL	150 - 350
QUÍMICA CLÍNICA - SANGUE			
ACIDO URICO.....	6.9	mg/dl	2.4 - 7.0
COLESTEROL TOTAL.....	256	mg/dl	100 - 200

PROPOSTA DE TRABALHO

O COLESTEROL

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 7 E 15 para o auxiliar na resolução .

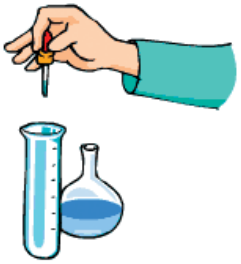
Os níveis de colesterol sobem gradualmente com a idade e dependem de muitos factores, uns genéticos, outros derivados do nosso estilo de vida (alimentação, sedentarismo, stress, etc.) e é sobre estes últimos que podemos facilmente actuar. Devemos corrigir

erros alimentares, não fumar, evitar o álcool, praticar mais exercício físico entre outros… Todos nós devemos procurar saber o valor do nosso colesterol no sangue.

- Se for normal é <200 mg/ l;
- Se estiver entre 200 e 250 mg/l tem um risco aumentado e deve-se adoptar uma alimentação saudável e exercício físico;
- Se estiver acima dos 250 mg/l o risco é de moderado a grave.

Estes valores também dependem do valor do colesterol "bom" ou HDL que quanto mais elevado melhor.

1. O centro de saúde de uma pequena localidade com 1800 habitantes fez um rastreio para prevenção das doenças cardiovasculares, um dos testes feitos foi o do colesterol.



Entre os **1800 habitantes**, detectou-se que **alguns** tinham valores abaixo das referências. Sendo assim, e partindo do princípio que o **triplo dos mesmos** apresenta valores compreendidos entre os 200 e os 250 mg/L; e **o dobro** apresenta valores acima dos 250 mg/L, **quantas** pessoas têm, então, o colesterol normal?

Apresente os resultados:

Resposta:

_____

_____

_____

2. Entre as pessoas que têm o colesterol entre os 200 e 250 mg/l existem **sete vezes** mais homens que crianças e **três vezes** mais crianças que mulheres. Quantos homens, mulheres e crianças têm um risco aumentado de doenças cardiovasculares?

Apresente os resultados no quadro abaixo.

Resposta:

_____

_____

_____

3. Qual a percentagem de crianças com colesterol entre os 200 e os 250 mg/l?

Que conclusões tira deste estudo? Será este um problema social?

APRENDER A RELAXAR

DESAFIO

O que devemos fazer para garantir a nossa saúde?

Será que o dinheiro compra saúde? Reflicta…

Garantir e manter a nossa saúde também passa por pequenos momentos de prazer e descontracção. E para aliviar o stress do dia-a-dia nada como um bom fim-de-semana numa estância termal ou num spa.

PROPOSTA DE TRABALHO

VANTAGENS DE UM SPA

Consulte o **UTILITÁRIOS - DOC. 16** para o auxiliar na resolução .

1. Uma das vantagens de uma ida ao spa **"Corpo São, mente Sã"**, é o rejuvenescimento do corpo e da alma, e para facilitar os pagamentos aos clientes, existem 2 modelos de pagamentos:

Tarifa 1: 200€ por um fim-de-semana.

Tarifa 2: assinatura de 1000€ por ano, mais 50€ por cada entrada.

O que queremos saber é, a partir de quantas entradas, é vantajoso usar a tarifa 2?

Em busca da solução….

Escolher a incógnita: > X é o número de entradas

Traduzir o problema por uma inequação: >

com a tarifa 1, paga-se por entradas:

_____X

com a tarifa 2, paga-se por entradas:

_____ + _____X

A tarifa 2 é mais vantajosa quando:

_____ + _____ < 200X

Resolver a inequação: >

_____< 200X - _____
<=>_____ < _____
<=> X>_____

Interpretar o resultado:

2. As massagens com óleos relaxantes são um extra pago à parte. A Cristina é a nova gerente deste spa, e, como ela quer angariar novos clientes, apresentou duas propostas de pagamento aos clientes:

- **Proposta 1:** Uma anuidade de 440 € e 30 € por cada ida às massagens;
- **Proposta 2:** 50 € por cada ida às massagens.

2.1. Qual o número mínimo de vezes que é preciso ir ao spa num ano para que a primeira proposta seja mais vantajosa?

Com base no exercício anterior resolva o problema no espaço em baixo.

Resposta:

2.2. A Joana escolheu a proposta 1. Quantas vezes terá a Joana de ir às massagens para gastar mais do que a mensalidade proposta

Escolher a incógnita: > X é o número de entradas

Traduzir o problema por uma inequação: >

com a proposta 1, paga-se X por entradas:

_____X

quantas vezes tem que ir às massagens

_____ X > 440

Resolver a inequação: >

_____ X > 440

<=> X > _____

Interpretar o resultado:

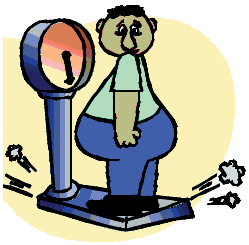
_____

_____

_____

DESAFIO

O que devemos fazer para garantir a nossa saúde?



Temos ouvido constantemente que a doença do século XXI é a obesidade. O excesso de peso e a obesidade são diferentes graus de acumulação excessiva de gordura no corpo que prejudicam a saúde. O peso ideal não existe. O peso normal é um valor individualizado que depende de diversos factores: fisiológicos (idade, sexo, altura, etc.…) genéticos, patológicos e culturais.

De acordo com o Inquérito Nacional de Saúde, realizado em 1995/96, estimou-se que, em Portugal, o número de pessoas com obesidade correspondesse a cerca de 850.000.

Estas pessoas têm um risco acrescido de contrair diversas doenças como a diabetes, hipertensão arterial, AVC e algumas formas de cancro (mama, cólon, endométrio, etc.) e de virem a sofrer uma morte prematura.

Uma das causas da obesidade é o sedentarismo. Para evitar a obesidade, e consequentemente problemas graves de saúde, devemos praticar com regularidade exercício físico. A actividade física regular deve ser entendida como fundamental para toda a saúde e não só para a questão do excesso de peso.

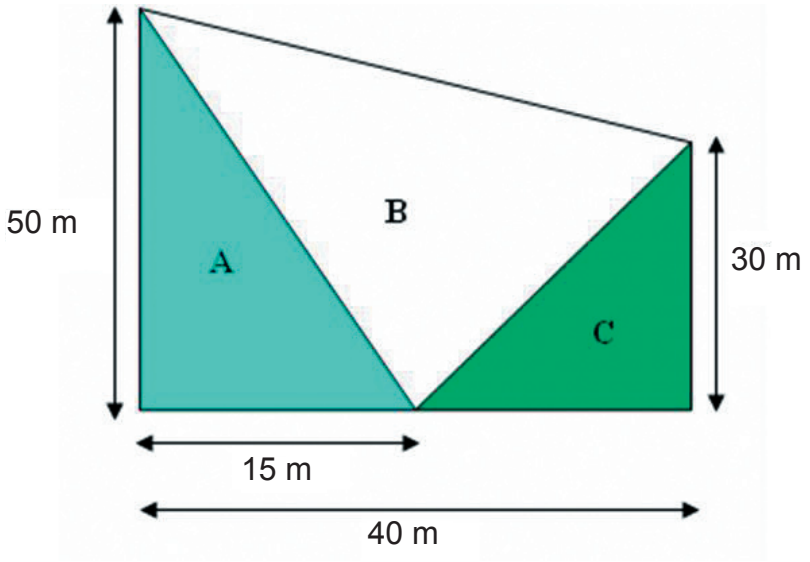
Em resumo, é impensável emagrecer BEM sem ter uma vida fisicamente activa.

PROPOSTA DE TRABALHO

CONSTRUÇÃO DE UM GINÁSIO

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 13 E 17 para o auxiliar na resolução .

1. Hoje em dia a saúde é um bem muito precioso e por isso muitas pessoas praticam exercício físico. Assim o Sr. Alfredo decidiu construir o ginásio “healt” para que as pessoas possam praticar um pouco de exercício físico. A figura em baixo representa esse terreno.



1.1. Nos terrenos A e C pretende-se fazer jardins e circuitos de manutenção. O terreno B é destinado ao edifício do ginásio.

Sabendo que o terreno B tem a mesma área que A e C juntos determine a área disponível para a construção do ginásio.

Resposta:

1.2. A partir da fórmula do teorema de Pitágoras, calcule o perímetro dos 3 terrenos e consequentemente o perímetro do terreno total.

Resposta:

QUALIDADE DOS PRODUTOS

DESAFIO

A saúde de todos, quem a garante?

Acha que só as empresas têm o dever de garantir que os produtos cheguem ao consumidor em boas condições de conservação e acondicionamento, ou o consumidor também deverá ter mais cuidado e ser mais observador/prudente ao adquirir e consumir os produtos?

_____

_____

_____

_____

_____

Diário de Notícias

Lisboa 26.06.06 dn.homepage » dn.sociedade

SOCIEDADE

De urgência para Lisboa após beber água

Céu Neves

Um homem, de 59 anos, residente em Estremoz, caiu no chão, ontem de manhã, após ter bebido água de uma garrafa pequena comprada no Lidl, suspeitando-se que tenha ingerido uma "substância tóxica". Transportado para o centro de saúde local, foi transferido para o hospital de Évora e, ao fim do dia, para o S. Francisco Xavier, em Lisboa. O seu estado de saúde é considerado "grave".

Fonte: http://dn.sapo.pt/2006/06/26/sociedade/de_urgencia_para_lisboa_apos_beber_a.html

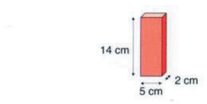
PROPOSTA DE TRABALHO

EMBALAMENTOS DOS PRODUTOS

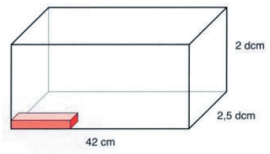
Consulte os **UTILITÁRIOS - DOC. 13, 14** para o auxiliar na resolução.

1. O Sr. Manuel é um pequeno comerciante de um determinado produto de beleza vendendo-o em pequenas embalagens.

Como recebeu um pedido de grandes quantidades do produto, pretende empacotar o maior número possível de embalagens numa determinada caixa.



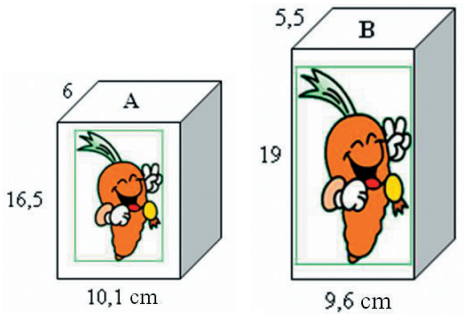
De acordo com as informações apresentadas, ajude o Sr. Manuel a resolver o problema.



Resposta:

2. Uma empresa de sumos criou uma nova embalagem com dimensões diferentes, para comercializar os sumos de cenoura, substituindo a embalagem A pela B, mantendo o preço de venda.

2.1. Na sua opinião, a substituição das embalagens A pela B poderá aumentar as vendas? Justifique a sua resposta.



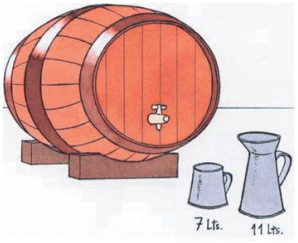
2.2. Na sua opinião, qual das embalagens, **A** ou **B**, têm maior quantidade de sumo? Justifique.

Resposta:

2.3. Será que a construção da nova embalagem **B** fica mais económica para a empresa? Justifique a sua resposta apresentado todos os cálculos.

Resposta:

3. O Sr. António pretende retirar 3 litros de vinho de uma pequena pipa da sua adega, o problema é que possui apenas dois recipientes, cujas capacidades são de 7 e 11 litros respectivamente.



Ajude o Sr. António a encontrar uma solução para o seu problema.

PRATICAR DESPORTO

DESAFIO

O que é ter saúde?

Ter saúde, ou mais e melhor saúde, muitas das vezes passa pelo nosso esforço em conseguirmos manter uma vida desportiva activa.

Concorda com esta afirmação? Comente.

PROPOSTA DE TRABALHO

NATAÇÃO

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 5, 13 E 14 para o auxiliar na resolução .

A natação é uma actividade que não causa impacto nas articulações nem na musculatura, portanto, não há risco algum de haver lesões como acontece noutras actividades físicas.

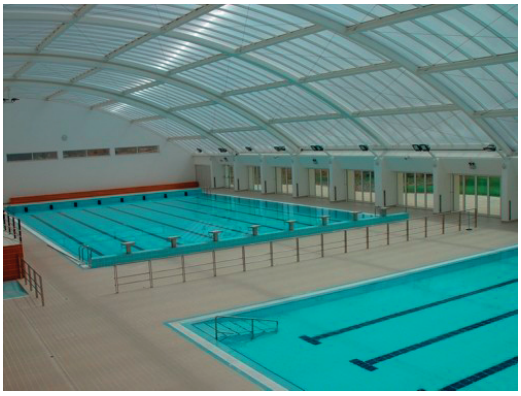
Quem pratica natação regularmente trabalha o sistema cardíaco e respiratório. Isso faz com que a sua condição física melhore.

Quem nada os quatro estilos (crawl, costas, peito e borboleta) consegue trabalhar todos os grupos musculares do corpo, eliminando gordurinhas extras e fortalecendo a musculatura.

www.terra.com.br/saude/boaforma/esporte_natacao.htm

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

1. A Câmara Municipal de uma determinada localidade, construiu um complexo desportivo com 2 piscinas cobertas e aquecidas de modo a promover a prática de desportos aquáticos.



A piscina desportiva destinada à prática da natação e competição tem as seguintes dimensões: **25,00m** de comprimento, **16,67m** de largura e **1,80m** de profundidade.

A piscina de aprendizagem destina-se ao recreio e à aprendizagem e tem as dimensões de **16,67m** de comprimento, **9,00m** de largura e **1,20m** de profundidade.

1.1. Qual a capacidade volumétrica de cada piscina? Piscina desportiva dedicada à competição:

Resposta:

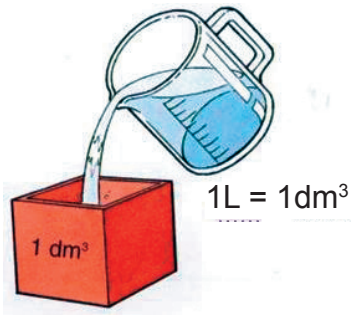
Piscina desportiva dedicada ao recreio e à aprendizagem:

Resposta:

_____

_____

1.2. Com o auxílio da imagem seguinte, calcule a quantidade de litros de água que pode suportar cada piscina.



Piscina desportiva dedicada à competição:

Resposta:

_____

Piscina desportiva dedicada ao recreio e à aprendizagem:

Resposta:

1.3. Num complexo destes é importante e necessário o tratamento eficaz da água.

Umas das formas de tratamento passa pela Renovação – *Deve proceder-se diariamente à eliminação, e consequente substituição/renovação, de 2-5% da água da piscina*.

A renovação da água é muito importante para a remoção da fina camada de gordura que se forma à superfície do lençol de água, e que provém dos cremes bronzeadores e da gordura das glândulas sebáceas dos próprios banhistas. Esta camada de gordura, geralmente microscópica, é um abrigo excelente para as bactérias que não foram eliminadas através da desinfecção pelo cloro.

A partir da informação dada anteriormente, que quantidade de água é necessário remover em cada piscina para fazer uma correcta renovação da água?

Piscina desportiva dedicada à competição:

Resposta:

Piscina desportiva dedicada ao recreio e à aprendizagem:

Resposta:

1.4. O desinfectante mais usado é o cloro, e o controlo da desinfecção deve ser efectuado considerando os parâmetros e valores referidos na tabela seguinte.

Indicadores	Valores admissíveis	Frequência
Cloro residual livre	0,5-1mg/l ☐ se *pH* = 7-7,4 1-2mg/l ☐ se *pH* = 7,5-8	4 vezes por dia

Segundo as informações da tabela anterior, calcule o intervalo das quantidades de cloro que serão necessárias introduzir, se os valores de pH estiverem entre 7 a 7,4.

Piscina desportiva dedicada à competição:

Resposta:

Piscina desportiva dedicada ao recreio e à aprendizagem:

Resposta:

1.5. A forma de prevenir a quantidade de bactérias introduzidas numa piscina, passa por impedir a entrada de banhistas em quantidade superior ao número máximo recomendado.

O número máximo de banhistas deverá ser o seguinte:

•Piscinas cobertas: 1 banhista por cada $2m^2$ de plano de água. Por exemplo, numa piscina com 25 metros de comprimento e 10 metros de largura (área: $250m^2$), o número máximo de banhistas nunca deve ser superior a 125.

Qual o número máximo, de pessoas, permitido em cada uma das piscinas?

Piscina desportiva dedicada à competição:

Resposta:

Piscina desportiva dedicada ao recreio e à aprendizagem:

Resposta:

1.6. Para encher as piscinas municipais utiliza-se uma bomba que debita 200 litros por minuto, sabendo que esta desliga quando a água está a 25 cm do bordo superior das piscinas, determine o tempo necessário para as encher?

Piscina desportiva dedicada à competição:

Resposta:

Piscina desportiva dedicada ao recreio e à aprendizagem:

Resposta:

DEVEMOS GARANTIR A SAÚDE E BEM-ESTAR DE TODOS

DESAFIO

O que devemos fazer para garantir a nossa saúde?

Muitas das vezes, em diversos estabelecimentos deparamo-nos que não existem condições mínimas de higiene e muito menos de espaço para que nos possamos sentir bem.

De certeza que conhece alguns locais que facilmente poderia associar a estas características, certo?

Quantas vezes precisamos de nos deslocar a sanitários e deparamo-nos com locais sujos e de espaço muito reduzido? Imagine se for uma pessoa com deficiência motora e, infelizmente, tenha que se mover com o auxílio de uma cadeira de rodas?

Muitas das vezes estas situações não são alteradas porque simplesmente as pessoas não protestam, concorda?

Conhece locais com estas condições? Alguma vez protestou? Não acha que é necessário haver condições de bem-estar para todas as pessoas? Isto não será também uma questão de saúde?

PROPOSTA DE TRABALHO

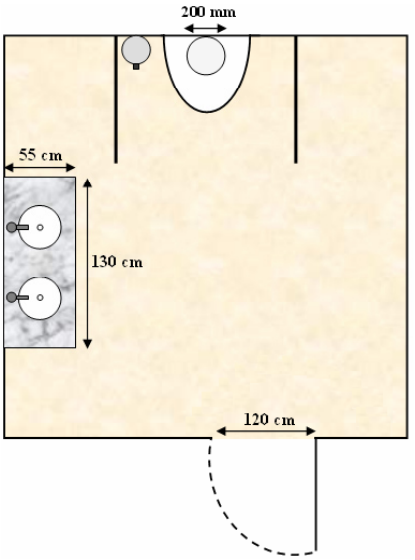
CONDIÇÕES MÍNIMAS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 5, 11, 13 E 17 para o auxiliar na resolução .

1. Após vários protestos da população de uma determinada localidade, no sentido de existirem condições para as pessoas com deficiência física, o centro de saúde decidiu finalmente fazer obras e construir uma casa de banho com condições para cidadãos com mobilidade condicionada.

MV3B3 / RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM O CONCEITO DE TEOREMA DE PITÁGORAS.
MV3B4 / RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM NÚMEROS IRRACIONAIS (π, $\sqrt{}$).
MV3B5 / RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVAM OS CONCEITOS DE ÁREAS.

A figura representa a planta da casa de banho.



1.1. Sabendo que a casa de banho possui uma área de 6,25 m2, indique se esta está em conformidade com a legislação, tendo por base o seguinte excerto do **Decreto-Lei n.º 123/97 de 22-05-1997**.

"Uma das cabinas do WC, quer para o sexo masculino quer para o sexo feminino, deve ter medidas mínimas de 2,20 m x 2,20 m, permitindo o acesso por ambos os lados da sanita. Nesta cabina é obrigatória a colocação de barras de apoio bilateral, rebatíveis na vertical e a 0,70 m do pavimento. A porta deve ser de correr ou de abrir para o exterior".

Resposta:

1.2. Para pavimentar o chão da casa de banho compraram-se 7 caixas de mosaicos com 10 unidades cada. Sabendo das dimensões de cada mosaico, como mostra a figura, estes foram suficientes para pavimentar todo o chão?

Para responder a esta questão, primeiro é necessário saber a área total a pavimentar.

Assim sendo, vamos seguir as seguintes etapas:

1.ª etapa: Qual a área ocupada, em m^2, pelo lavatório?

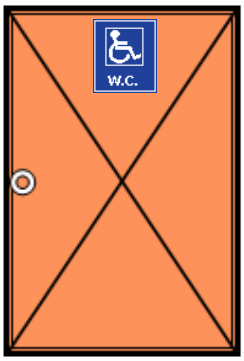
2.ª etapa: Qual a área ocupada, em m^2, pelo pé da sanita, sabendo que tem uma forma circular e possui um diâmetro de 200 mm?

3.ª etapa: Sabendo a área ocupada, qual a área disponível para pavimentar?

4.ª etapa: Qual a área ocupada por cada mosaico? Quantos mosaicos são necessários para pavimentar a área disponível?

Os mosaicos comprados foram suficientes para pavimentar todo o chão? Justifique.

2. Ainda segundo o mesmo **Decreto-Lei**, "As fechaduras e os manípulos das portas devem situar-se a uma altura entre 0,90 m e 1,10 m do solo"



Sabendo que a linha diagonal da porta mede 2,33 m, a largura da porta 1,2 m, e sabendo que o manípulo se encontra a exactamente a meio da altura da porta, justifique se esta está conforme a legislação.

Resposta:

_____

_____

_____

DESAFIO

As doenças de hoje, que desafios nos colocam?

Infelizmente nem todos temos as mesmas capacidades ou facilidades de mobilidade ou de acção, e ainda existem em muitos locais certos serviços que não estão ao alcance de todos….

Tem ideia da altura mínima a que deverá estar um telefone numa cabine telefónica?

_____

_____

Se não, quanto acha que deverá ser essa altura de modo a que todas as pessoas possam ter acesso a um telefone?

_____

_____

_____

_____

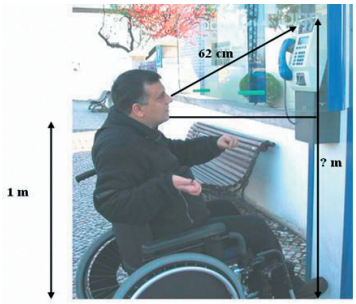
PROPOSTA DE TRABALHO

ALTURA DE UM TELEFONE

Consulte o **UTILITÁRIOS - DOC. 11, 17 E 18** para o auxiliar na resolução .

1. Segundo o **Decreto-Lei n.º 123/97 de 22-05-1997**, nos telefones, *"A altura máxima da ranhura para as moedas ou para o cartão, bem como do painel de marcação de números, dos telefones para utilização do público situa-se entre 1 m e 1,30 m".*

1.1. De acordo com a seguinte figura, justifique se a altura deste telefone está conforme com a legislação.



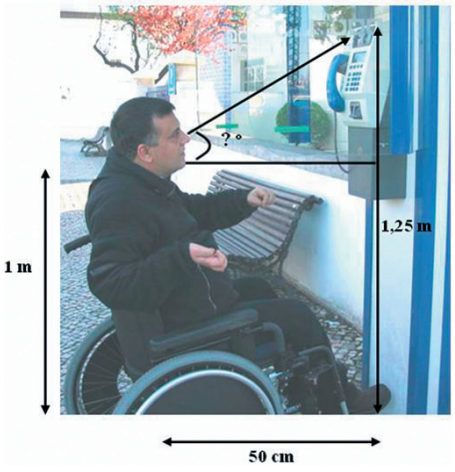
Resposta:

_____

_____

_____

1.2. Supondo que o telefone se encontrava a uma altura de 1,25 m, indique o ângulo que o Sr. Manuel terá de efectuar com o braço para que consiga colocar as moedas na ranhura do telefone?

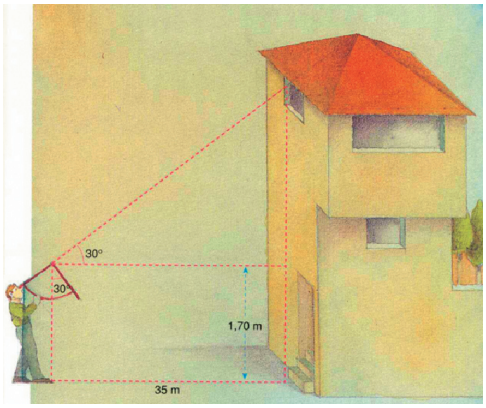


Resposta:

_____

_____

2. O Tiago construiu um objecto de forma a calcular os ângulos. Observe com atenção a seguinte figura e ajude-o a calcular a altura do edifício.



Resposta:

_____

_____

Nota: Se pretender construir um objecto igual ao do Tiago, para assim medir a altura de edifícios ou de qualquer outro objecto, veja como se procede à sua construção e utilização no utilitário da trigonometria.

ACESSIBILIDADES

DESAFIO

A saúde é também um dever?

Quem terá o dever de nos garantir uma boa saúde? Será que somos apenas nós? Ou será que a entidade governamental também terá esse dever? E para as pessoas que de algum modo já tenham problemas de saúde, que deverá minimizar as suas limitações? Quem deve garantir que todos tenhamos as mesmas condições de acessibilidade e conforto nos estabelecimentos públicos? O governo ou o poder local?

Pense um pouco na sua região e analise se efectivamente existem condições adequadas de acesso e de mobilidade nos locais públicos para todas as pessoas, inclusive para pessoas com algum tipo de deficiência. Alteraria alguma coisa? O que? Por onde começaria?

consultua
Ensino e Formação Profissional, Lda

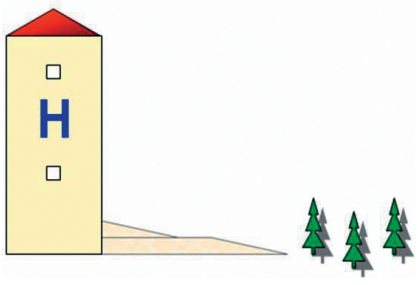
PROPOSTA DE TRABALHO

RAMPAS DE ACESSO

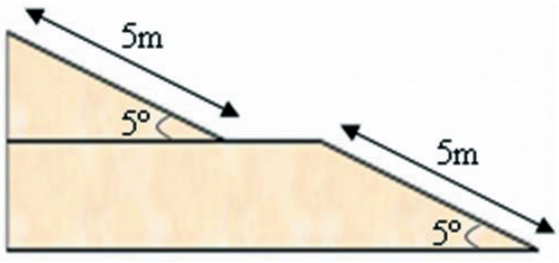
Consulte o Utilitários - Doc. 17 e 18 para o auxiliar na resolução .

1. A seguinte figura mostra o hospital do concelho de uma determinada localidade.

Uma das formas de aceder ao rés-do-chão do mesmo, é através de 2 rampas de acesso para pessoas com mobilidade condicionada.



1.1. Considerando que cada rampa tem um comprimento de 5m e que o seu ângulo é de 5º, qual a altura a que se encontra a porta de entrada?



Resposta:

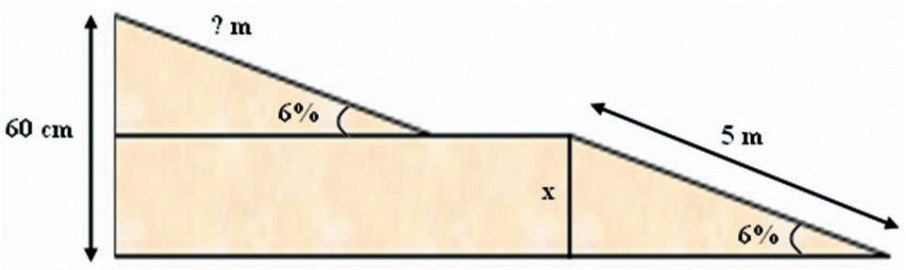
_____

_____

_____

1.2. Segundo o **Decreto-Lei n.º 123/97 de 22-05-1997**, *"A inclinação máxima das rampas é de 6 % e a extensão máxima, de um só lanço, é de 6 m. A cada lanço seguir-se-á uma plataforma de nível para descanso com a mesma largura da rampa e o comprimento de 1,50 m"*.

Considerando que a altura da entrada do hospital se encontra a 60 cm do solo, e que o ângulo de inclinação das duas rampas está de acordo com o Decreto-Lei, qual o comprimento que deverá ter a segunda rampa?



Notas: Ver a que ângulo corresponde uma inclinação de 6%. Ter em atenção as unidades.

1.º passo: Qual o ângulo a que corresponde uma inclinação de 6%?

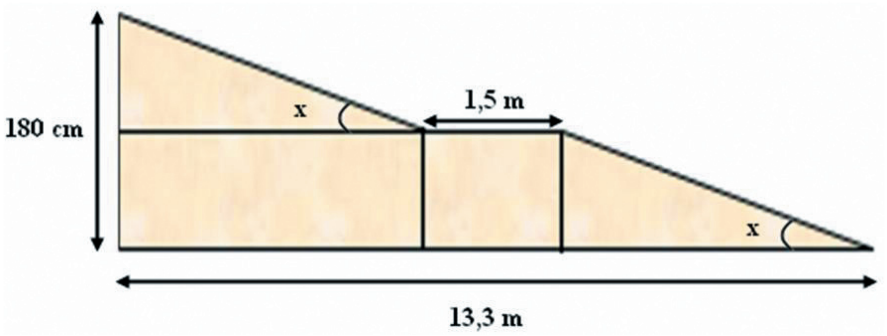
Se 90º corresponde a 100%, quanto corresponderá 6%.

2.º passo: Qual a altura a que se encontra a primeira rampa?

3.º passo: É necessário haver uma segunda rampa? Se sim, qual o comprimento desta para chegar à altura pretendida.

Resposta:

1.3. Supondo que as rampas tinham as dimensões indicadas na figura e que a altura da entrada do hospital é de 180 cm, verifique se o ângulo das rampas se encontra conforme o **Decreto-Lei n.º 123/97 de 22-05-1997**.

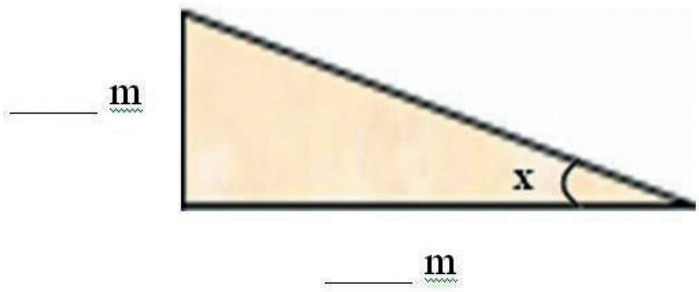


Vamos tentar resolver esta situação problemática em **3 passos**:

Passo 1: Quantos metros de comprimentos tem a rampa na horizontal? (junto ao solo)

Passo 2: Que altura têm a rampa? (reduzir a metros)

Neste momento, uma rampa forma um triângulo com as seguintes dimensões:



Passo 3: Como queremos calcular o ângulo x, e possuímos o valor do cateto oposto e do cateto adjacente ao ângulo, qual a razão trigonométrica a utilizar?

Passo 4: Substituindo os valores na fórmula….

$tg\ X = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}}$

$tg\ X =$ _____

$tg\ X =$

$g = X$

(agora para sabermos o valor do ângulo de X temos que usar a função inversa da tangente, que é: tg^{-1})

(para determinar o valor d a função tg^{-1} é necessário o uso da calculadora)

$X =$ _____ º *(valor do ângulo de X)*

Resposta:

Separador

INSTRUMENTO DE REFLEXÃO E AUTO-AVALIAÇÃO

Terminada esta unidade, chegou o momento de fazer um balanço das competências que adquiriu e/ou aprofundou e reflectir sobre a sua evolução. Reveja o seu percurso e sirva-se do instrumento que lhe propomos para se autoavaliar, colocando uma cruz no ponto em que se encontra e, no final, identificando as suas dificuldades para as poder superar.

Unidade de Competência	Competências	ADQUIRI e/ou APROFUNDEI COMPETÊNCIAS?...	Sim	Em parte	Ainda não	COMO EVOLUI?...	Muito	Pouco	Muito pouco
MV3B Usar a matemática para analisar e resolver problemas e situações problemáticas.	• Utilizar um modelo de resolução de problemas, nomeadamente o proposto por Polya (1945)								
	• Comunicar processos e resultados usando a linguagem matemática e a língua portuguesa.								
	• Resolver problemas que envolvam equações do 1º e do 2º grau								
	• Resolver problemas que envolvam inequações de 1.º grau.								
	• Resolver problemas que envolvam o teorema de Pitágoras								
	• Resolver problemas que envolvam relações trigonométricas do triângulo rectângulo (trigonometria)								
	• Resolver problemas que envolvam números racionais não inteiros e alguns números irracionais (∏, √2, etc.)								
	• Resolver problemas que envolvam os conceitos: perímetro, área e volume								
	• Resolver problemas que envolvam potencias e raízes.								
	• Resolver problemas que envolvam números expressos em notação científica.								

AUTO-AVALIAÇÃO

Unidade de Competência	Competências	ADQUIRI e/ou APROFUNDEI COMPETÊNCIAS?...	Sim	Em parte	Ainda não	COMO EVOLUI?...	Muito	Pouco	Muito pouco
MV3B Usar a matemática para analisar e resolver problemas e situações problemáticas.	• Resolver problemas que envolvam percentagens;								
	• Resolver problemas que envolvam proporcionalidade aritmética e geométrica								
	• Resolver problemas que envolvem os conceitos de proporcionalidade directa e de proporcionalidade inversa.								
Principais dificuldades:									

Aspectos que ainda posso melhorar:

_____

_____

_____

_____

O que posso fazer para melhorar:

_____

_____

_____

_____

AUTO-AVALIAÇÃO

As competências trabalhadas giraram em torno do Tema *Saúde*. Esta forma de trabalhar, permitiu-me obter um entendimento diferente sobre esta realidade e apurar o meu espírito crítico? Porquê?

separador

ÍNDICE

- Riquezas económicas 145
- Viver em comunidade 153
- Tradições 159
- Tipos de comunidades 163
- Árvore de Natal 169
- Calçada Portuguesa 173
- Diferenças arquitectónicas 175

DESAFIO

Quais são as nossas riquezas económicas?

A situação de crise económica que Portugal tem vivido nos últimos anos deixou marcas no campo do emprego. Cada vez mais as grandes empresas multinacionais estão a abandonar o nosso mercado, os impostos não param de subir, o que significa, também, marcas profundas na situação social de muitas pessoas.

O que podemos fazer para contrariar esta tendência? Quais os recursos do nosso país que poderão ser mais e melhor explorados de modo a gerar mais emprego e consequentemente mais riquezas?

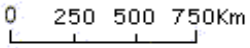
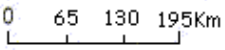
Reflicta um pouco e expresse a sua opinião no espaço que se segue.

PROPOSTA DE TRABALHO

PONTOS TURÍSTICOS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 1 E 8 para o auxiliar na resolução .

1. A partir dos dados presentes na seguinte tabela, e de acordo com as aprendizagens adquiridas, complete-a:

Indicação	Escala numérica	Escala gráfica
1 cm representa 250Km		
	1: 3 000 000	

2. A seguir estão representadas quatro escalas, entre elas assinale quais as escalas que correspondem a ampliações.

1: 0,5		1 : 18		1 : 0,025		1 : 1

3. Portugal sempre se mostrou como um dos destinos turísticos mais seguros da Europa.

A excelente **localização geográfica** faz com que Portugal se encontre entre os 15 Países com maior procura turística a nível mundial.

Cultura, sol, praias, diversão, natureza, história e gastronomia são os pratos fortes do turismo português. O turismo é um dos mais importantes sectores da economia portuguesa, representando cerca de 8% do PIB. Hoje em dia, mais de 13 milhões de turistas anuais percorrem os vários quilómetros de costa que o nosso País tem.

De acordo com o seguinte mapa, considerando uma escala de 1/3.885.000, calcule aproximadamente os quilómetros de costa que existem em Portugal.

Fonte: *www.igeo.pt*

MV3C1 / USAR AS FUNÇÕES DE UMA CALCULADORA CIENTÍFICA.
MV3C3 / INTERPRETAR RELAÇÕES FUNCIONAIS NOMEADAMENTE PROPORCIONALIDADE DIRECTA.
MV3C4 / RESOLVER PROBLEMAS DE MEDIDA EM DESENHOS À ESCALA.

Resposta:

MV3C1 / USAR AS FUNÇÕES DE UMA CALCULADORA CIENTÍFICA.
MV3C3 / INTERPRETAR RELAÇÕES FUNCIONAIS NOMEADAMENTE PROPORCIONALIDADE DIRECTA.
MV3C4 / RESOLVER PROBLEMAS DE MEDIDA EM DESENHOS À ESCALA.

4. O **Cristo-Rei** é um monumento religioso que fica localizado na freguesia do Pragal, concelho de Almada. O monumento ao Cristo-Rei foi edificado em cumprimento de um voto formulado pelo Episcopado Português reunido em Fátima a 20 de Abril de 1940, pedindo a Deus que livrasse Portugal de participar na Segunda Guerra Mundial.

Foi inaugurado a 17 de Maio de 1959. O monumento a Cristo-Rei é a maior atracção turística do concelho de Almada, a seguir às famosas praias da Costa de Caparica. É de visita obrigatória a todo o turista que visite Lisboa.

Este monumento é o melhor miradouro da cidade de Lisboa, podendo ai avistar-se a cidade.

Sabendo que esta imagem está a uma escala de 1/1200, calcule:

4.1. A altura do monumento religioso (desde o solo à cabeça do Cristo-Rei)

Resposta:

4.2. O comprimento total dos braços do Cristo-Rei.

Resposta:

_____

_____

5. O Padrão dos Descobrimentos foi inaugurado em 1960, aquando das celebrações dos 500 anos da morte do Infante D. Henrique (Henrique O Navegador). Evoca claramente a expansão marítima e foi desenhado na forma de uma caravela, liderada pelo Infante D. Henrique.

Visto da gigantesca Rosa-dos-Ventos, este monumento fascina pela sua majestosidade e pelos seus 50 metros de altura, sendo visitado por milhares de pessoas todos os anos.

Este monumento situa-se em Belém, mesmo na margem do rio Tejo, numa área única e é particularmente impressionante quando observado à luz do pôr-do-sol.

A partir das dimensões desta imagem e das dimensões reais, qual a escala a que se encontra a fotografia?

Resposta:

_____

_____

VIVER EM COMUNIDADE

DESAFIO

Viver em comunidade, para o bem e para o mal! Será que podemos viver fechados numa comunidade?

Uma Comunidade pode ser entendida como um conjunto de seres vivos que se inter-relacionam e que habitam num mesmo local.

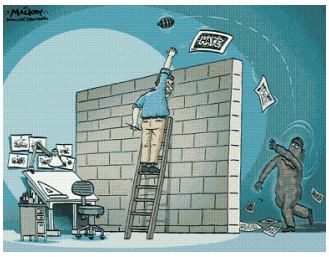
Do ponto de vista da sociologia, uma comunidade é um conjunto de pessoas com interesses mútuos que vivem no mesmo local e se organizam dentro dum conjunto de normas. Os estudantes que vivem no mesmo dormitório formam uma comunidade, assim como as pessoas que vivem na mesma aldeia, cidade, bairro ou mesmo no local e trabalho.

O que é para si uma comunidade?

_____

_____

Analise a figura ao lado. Acha que se trata de uma comunidade? Porque? Será que podemos viver fechados numa comunidade?



_____

_____

_____

_____

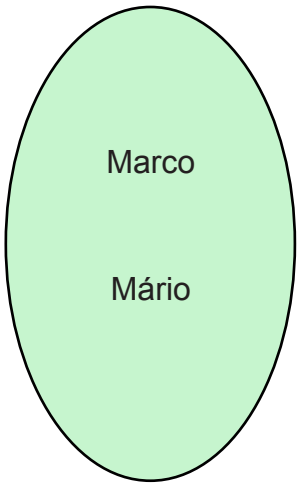
PROPOSTA DE TRABALHO

FAMÍLIAS VIZINHAS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 19 para o auxiliar na resolução .

1. Recentemente, os irmãos Esteves mudaram-se para uma nova cidade porque foram estudar para a universidade. Na casa ao lado vivia a família Faria, mas devido à azáfama

agitada do dia-a-dia, ainda não tiveram qualquer tipo de contacto com os vizinhos, daí não haver qualquer tipo de relacionamento entre eles.



Família Esteves

Família Faria

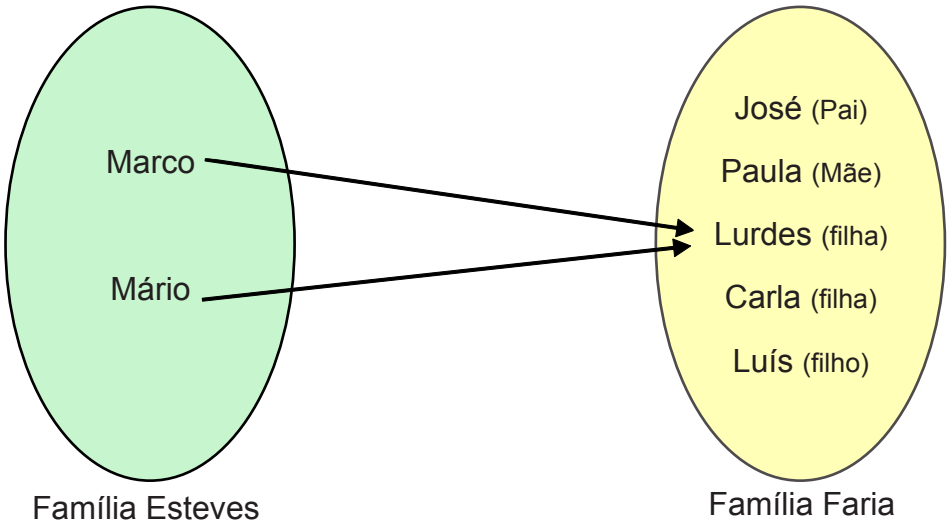
1.1. Será que, perante esta situação, existe alguma comunidade?

1.2. Estas duas famílias vivem em comunidade?

1.2.1. Esta situação é boa ou má? Justifique.

1.3. Transportando este exemplo para um modelo matemático de funções, será esta situação uma função? Fundamente a sua resposta.

2. A Lurdes estuda na mesma universidade que os irmãos Esteves e passado 1 mês, no regresso a casa, encontraram-se e começaram a estabelecer uma relação de amizade, como mostra o seguinte diagrama.



2.1. Será esta situação uma função?

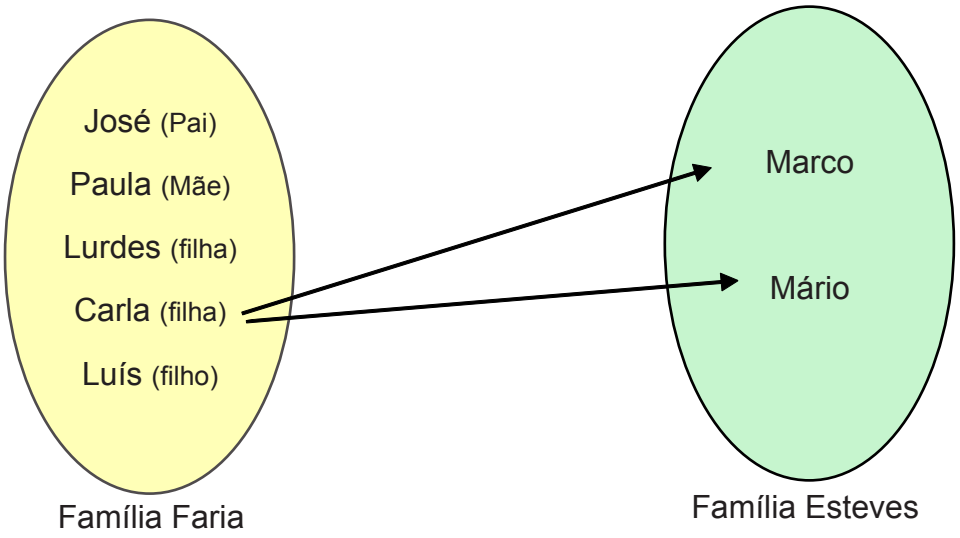
_____

_____

_____

2.2. Se sim, indique: o domínio, o contradomínio e o conjunto de chegada.

3. Com o passar do tempo, a Carla também fez amizade com os irmãos Esteves, como demonstra o seguinte diagrama.



3.1. Será esta situação uma função? Fundamente a sua resposta.

3.2. Se sim, indique: o domínio, o contradomínio e o conjunto de chegada.

3.3. Será que a definição de função se pode reportar para a realidade num conceito de comunidade? Ou de relações entre comunidades?

3.4. Com estes pequenos exemplos de relacionamento entre pessoas, acha que é possível, ou é favorável vivermos numa comunidade fechada?

DESAFIO

Das tradições, o que se manteve e o que mudou: usos e costumes….

Pode-se definir uma tradição como sendo tudo aquilo que uma geração herda das precedentes e lega às seguintes…

As tradições podem ter vários contextos, como por exemplo: tradição cultural, tradição religiosa, tradição familiar e outras formas pelas quais se mantêm conceitos, experiências e práticas entre as gerações.

A nível de educação, conforto, oportunidades, etc.…Que diferenças encontra da geração dos seus pais para a sua?

_____

_____

_____

Mas de certeza que muita coisa se mantém, ou pelo menos alguns conceitos, usos e costumes, concorda? Quais?

_____

_____

_____

_____

_____

PROPOSTA DE TRABALHO

USOS E COSTUMES

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 19 para o auxiliar na resolução .

1. Antigamente era muito comum as pessoas procurarem nas florestas o "combustível" que utilizavam para se aquecerem nas suas casas, o que hoje em dia já não se verifica devido às diferentes formas de aquecimento das casas modernas.

Com esta prática acabavam por limpar as florestas, evitavam uma grande parte dos

fogos florestais, existindo assim áreas florestais maiores e mais velhas.

A tabela a seguir indica o diâmetro das árvores em função dos anos. Designe a função por **g**.

Idade (anos)	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**
Diâmetro (cm)	**8**	**14**	**25**	**38**	**25**	**90**

1.1. Marque num sistema de eixos os pontos em que a abcissa é a idade e a ordenada o diâmetro. Una os pontos de modo a obter uma curva.

1.2. Utilizando o gráfico que construiu, faça uma estimativa para o diâmetro de uma árvore com 5 anos e de uma com 11 anos.

- Para 5 anos uma árvore terá um diâmetro aproximado de _____

- Para 11 anos uma árvore terá um diâmetro aproximado de _____

1.3. Através do gráfico construído, diga qual:

- o domínio de **g**

- o contradomínio de **g**

- a variável independente

- a variável dependente

1.4. Será esta função (**g**) uma função afim? Fundamente a sua resposta.

TIPOS DE COMUNIDADES

DESAFIO

Será que vivemos numa comunidade? Mas, o que é afinal uma comunidade?

Para o sociólogo alemão **Ferdinand Tonnies** uma comunidade é *"uma colectividade de tipo natural e instintivo cujos membros estão ligados por um forte sentimento de participação".* Ou seja, uma comunidade é um grupo relativamente pequeno em que os membros entram para o grupo de forma natural e espontânea, onde há uma forte interrelação.

Que tipos de comunidade você conhece? Acha que um grupo de formandos de um determinado curso EFA (Educação e Formação de Adultos) pode ser considerado uma comunidade?

_____

_____

_____

Acha importante organizar actividades para promover e reforçar as relações entres as pessoas numa comunidade? E entre comunidades?

_____

_____

_____

_____

PROPOSTA DE TRABALHO

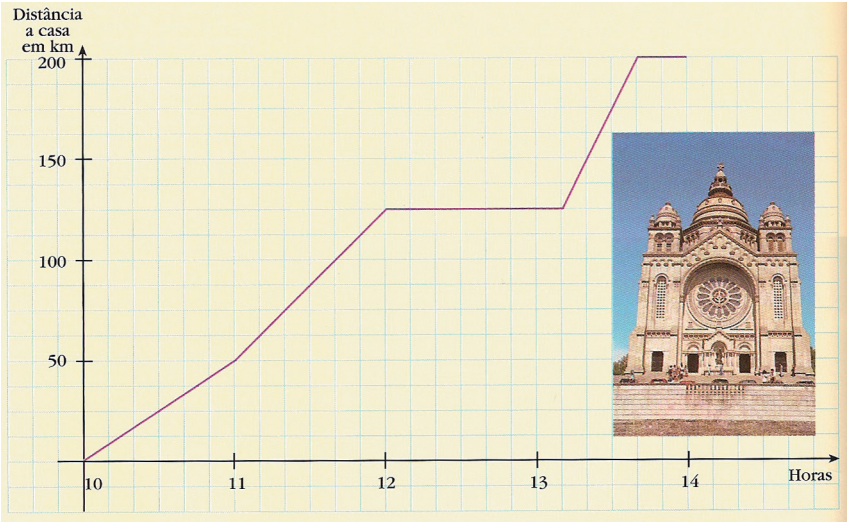
VISITA DE ESTUDO

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 19 E 20 para o auxiliar na resolução .

1. Com o objectivo de promover o espírito de grupo e conhecer mais um pouco do nosso património, o coordenador de um determinado curso EFA organizou uma visita de estudo.

MV3C2 / UTILIZAR ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO ADEQUADAS ÀS SITUAÇÕES;
MV3C3 / INTERPRETAR NUMÉRICA E GRAFICAMENTE RELAÇÕES FUNCIONAIS;
MV3C7 / DESCREVER FIGURAS E FORMAS GEOMÉTRICAS.

O gráfico seguinte mostra parte da viagem de que saíram de Viana do Castelo até que chegaram a Lisboa.



1.1. A que horas saiu da escola a turma do João?

1.2. Às 14 horas a que distância da escola estava o João?

1.3. Desde que saiu da escola até às 14 horas, quanto tempo esteve a turma do João parada?

MV3C2 / UTILIZAR ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO ADEQUADAS ÀS SITUAÇÕES;
MV3C3 / INTERPRETAR NUMÉRICA E GRAFICAMENTE RELAÇÕES FUNCIONAIS;
MV3C7 / DESCREVER FIGURAS E FORMAS GEOMÉTRICAS.

1.4. Quantos km percorreu a turma do João na primeira hora de viagem? E na segunda hora?

1.5. Complete o quadro:

Tempo de viagem (em horas)	Distância à escola (em km)
10 →	→ 0
10,5	
11	
12	
13	
13,5	
14	

1.6. Com base no gráfico, diga:

- o domínio de **g**

- o contradomínio de **g**

- a variável independente

- a variável dependente

1.7. Será esta função (g) uma função afim? Fundamente a sua resposta.

_____

_____

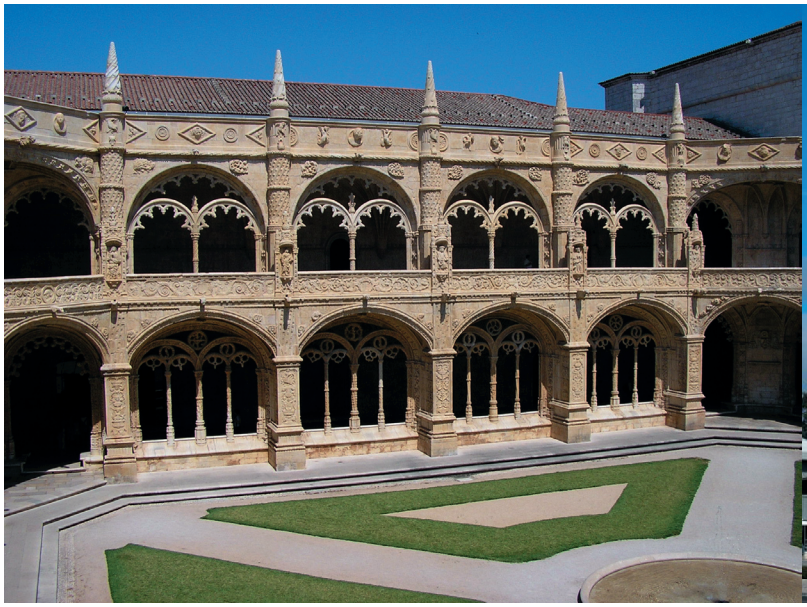
_____

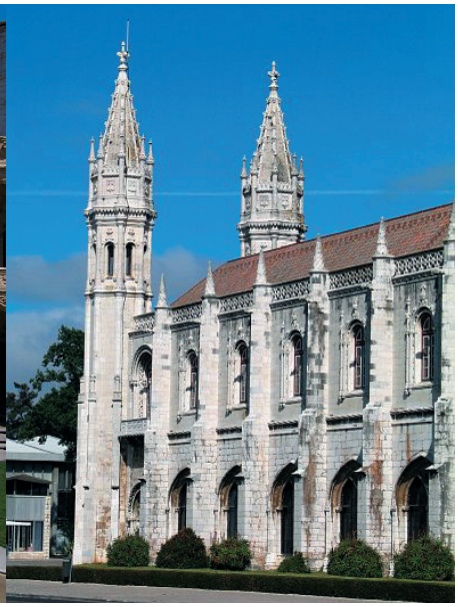
_____

2. Dois dos monumentos que visitaram foram a Torre de Belém e o Mosteiro dos Jerónimos.

Com base nas imagens desses monumentos, diga que figuras ou sólidos geométricos se encontram presentes.

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda





MV3C2 / UTILIZAR ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO ADEQUADAS ÀS SITUAÇÕES;
MV3C3 / INTERPRETAR NUMÉRICA E GRAFICAMENTE RELAÇÕES FUNCIONAIS;
MV3C7 / DESCREVER FIGURAS E FORMAS GEOMÉTRICAS.

ÁRVORE DE NATAL

DESAFIO

Das tradições, o que se manteve e o que mudou: usos e costumes….

Um dos costumes que se mantém desde há muito tempo é a elaboração da árvore de Natal.

Entre as várias versões sobre a procedência da árvore de Natal, a maioria delas indicando a Alemanha como país de origem, a mais aceite atribui a novidade ao padre Martinho Lutero (1483-1546), autor da Reforma Protestante do século XVI.

Olhando para o céu através de uns pinheiros que cercavam a trilha, viu-o intensamente estrelado parecendo-lhe um colar de diamantes encimando a copa das árvores. Tomado pela beleza daquilo, decidiu arrancar um galho para levar para casa. Lá chegando, entusiasmado, colocou o pequeno pinheiro num vaso com terra e, chamando a esposa e os filhos, decorou-o com pequenas velas acesas afincadas nas pontas dos ramos. Criou em seguida vários ***papéis coloridos*** para enfeitá-lo mais um pouco. Era o que ele vira lá fora. Afastando-se, todos ficaram pasmos ao verem aquela árvore iluminada a que parecia terem dado vida. Nascia assim a árvore de Natal. Queria, desta forma, mostrar as crianças como deveria ser o céu na noite do nascimento de Cristo.

PROPOSTA DE TRABALHO

ENFEITES DE NATAL

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 20 E 21 para o auxiliar na resolução .

Procedimentos:

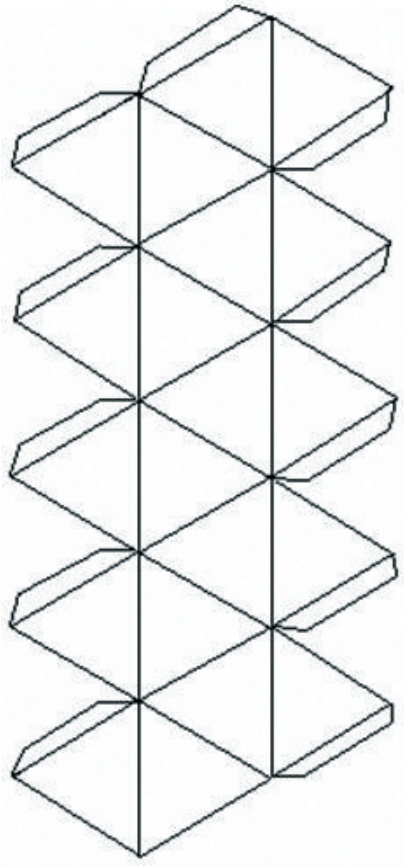
- Recorte as figuras geométricas que se encontram abaixo;
- Transponha cada figura para uma cartolina de cor diferente;
- Recorte novamente as formas geométricas nas cartolinas;
- De acordo com as linhas presentes nas figuras geométricas efectue as dobras de modo a obter um sólido geométrico;

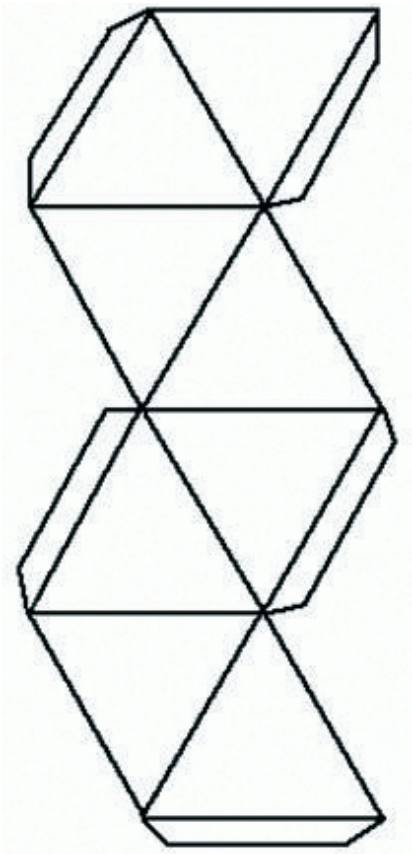
MV3C5 / CONHECIMENTO DE PROCEDIMENTOS NA REALIZAÇÃO DE CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS;
MV3C7 / DESCREVER FIGURAS E FORMAS GEOMÉTRICAS;
MV3C8 / SEQUENCIAR UM PROJECTO EM TAREFAS ELEMENTARES.

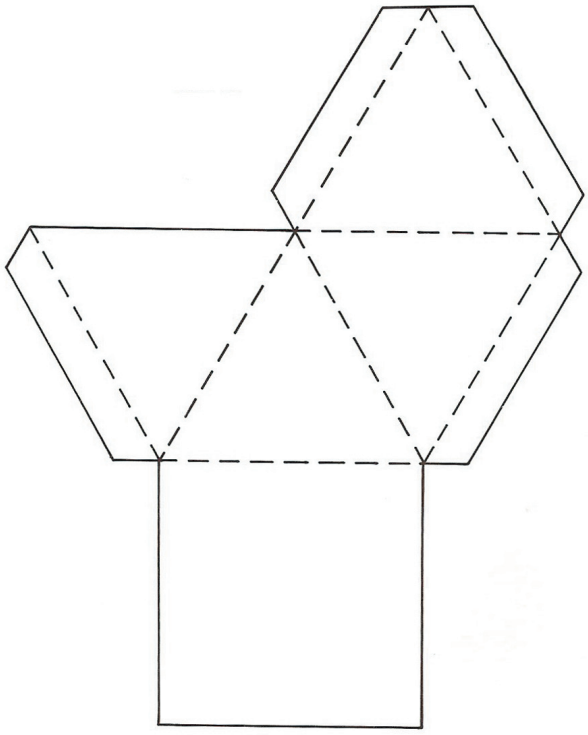
- Cole as extremidades e deixe secar os sólidos;
- De modo a dar o seu "toque" pessoal, enfeite ou pinte cada sólido geométrico a seu gosto;
- Volte a repetir estes passos as vezes necessárias de modo a ter o número de "enfeites" suficientes para decorar a sua Árvore de Natal.

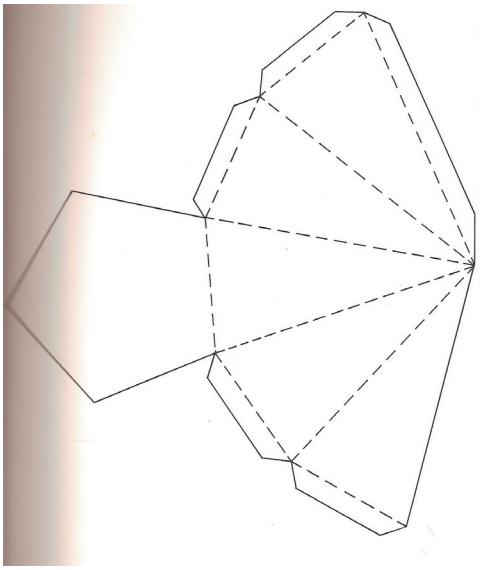
Por fim, e a partir da observação directa dos sólidos geométricos, complete a seguinte tabela.

Nome do sólido geométrico	N.º de faces	N.º de arestas	N.º de vértices	Arestas por vértices	Arestas por faces	Forma das faces









consultua
Ensino e Formação Profissional, Lda

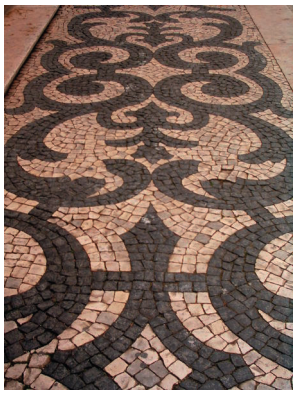
CALÇADA PORTUGUESA

DESAFIO

Como descrevemos a comunidade onde vivemos? (a paisagem, o património).

Uma das relíquias do nosso património é a calçada portuguesa, que está bem presente em muitas cidades históricas.

Lisboa - Rossio



Lisboa

Conímbriga

Numa dessas peças do puzzle que formam a calçada encontramos várias figuras geométricas, entre elas, o hexágono, o triângulo e o quadrado.

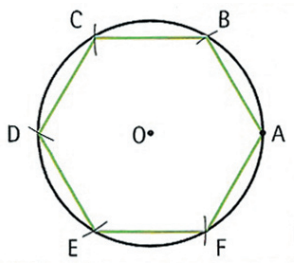


Fig. 1

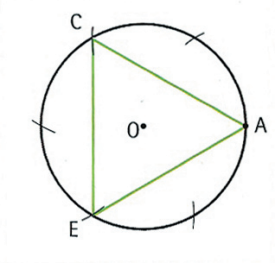


Fig. 2

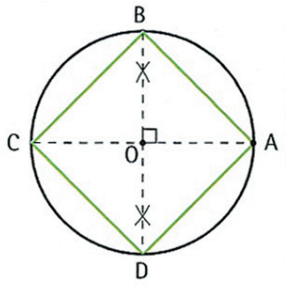


Fig. 3

Sente-se capaz de construir uma calçada deste género?

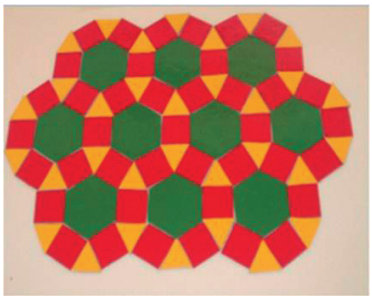
PROPOSTA DE TRABALHO

CALÇADA PORTUGUESA

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 21 E 22 para o auxiliar na resolução .

O objectivo desta proposta de trabalho é que construa a sua própria calçada de modo a formar uma pequena pavimentação.

A base da pavimentação é uma cartolina branca onde se vão dispor as figuras geométricas em forma de pavimentação. Depois de construídas, pintam-se e colam-se na cartolina. Vai ter como base a pavimentação ilustrada ao lado.



DIFERENÇAS ARQUITECTÓNICAS

DESAFIO

Como descrevemos a comunidade onde vivemos?
Como mudou ao longo dos tempos?

Que diferenças encontra entre estas duas habitações? O que mudou ao longo dos tempos?

Ao longo dos tempos, houve várias modificações nas diferentes comunidades. Uma dessas mudanças foi a arquitectónica. Se, nos tempos dos nossos avós se construíam casas em pedra por não haver material de construção alternativo, hoje em dia só quem tem condições financeiras para tal, o faz.

PROPOSTA DE TRABALHO

URBANIZAÇÃO

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 13, 21 E 22 para o auxiliar na resolução .

1. Numa urbanização há dois lotes de terreno com o mesmo valor por metro quadrado.

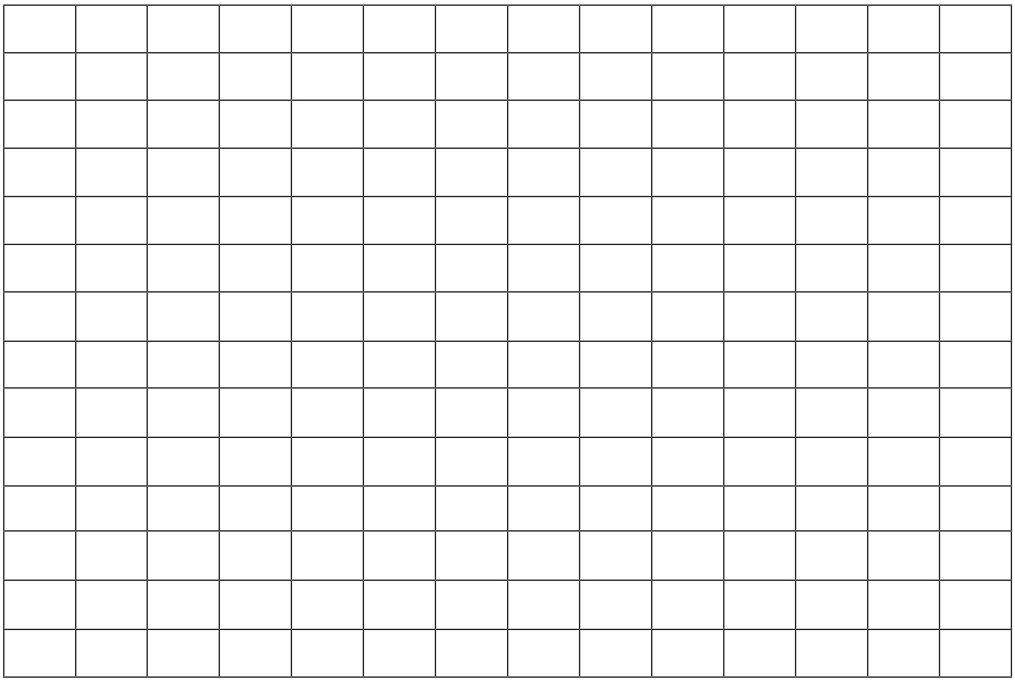
Ambos os lotes têm forma triangular, mas de diferentes tamanhos. Os lados do lote maior são o dobro dos lados do lote menor.

MV3C2 / UTILIZAR ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL ADEQUADAS ÀS SITUAÇÕES;
MV3C6 / RECONHECER O CONCEITO DE SEMELHANÇA DE FIGURAS E USAR FIGURAS COM A MESMA FORMA;
MV3C9 / COMUNICAR OS RESULTADOS DE UM PROJECTO USANDO A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A LÍNGUA PORTUGUESA.

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

Pelo terreno menor o dono pediu 4500 euros. Um comprador disse-lhe que preferia o maior e dar-lhe-ia 9 mil euros. O dono do terreno ficou furioso. Porquê?

(Sugestão: No papel quadriculado abaixo construa dois triângulos rectângulos, sendo os catetos de um duplos dos catetos do outro. Compare as áreas dos dois triângulos.)



Resposta:

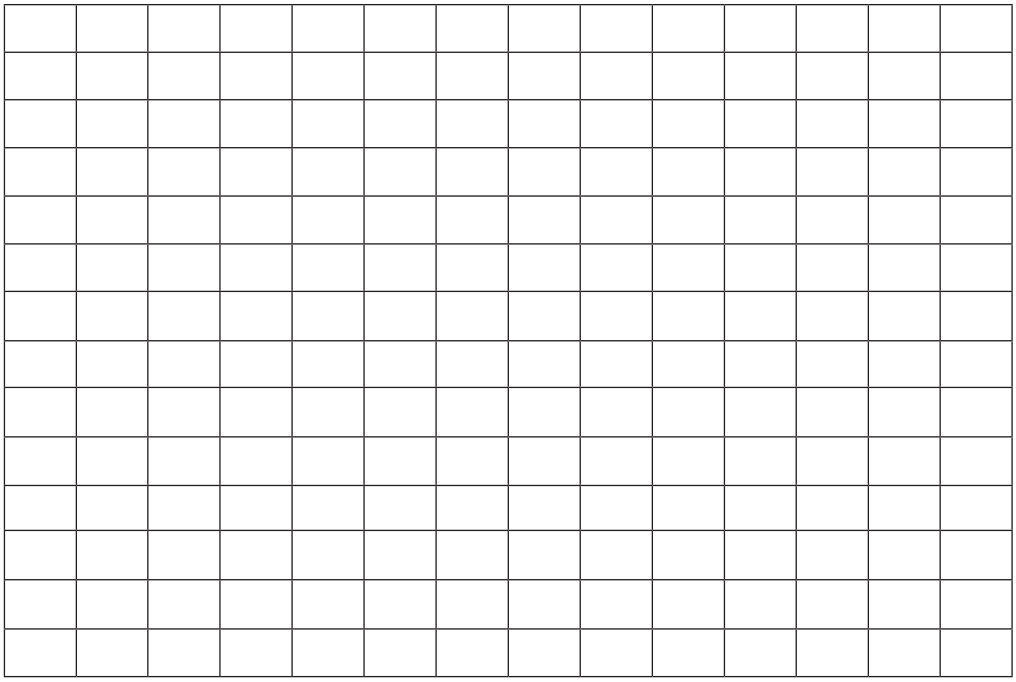
_____

_____

_____

2. Desenhe, na quadrícula abaixo, dois triângulos isósceles (**consultar utilitário dos triângulos**) de modo que os catetos de um sejam o triplo dos catetos do outro.

Qual é a área de cada triângulo?



Cálculo das áreas dos triângulos:

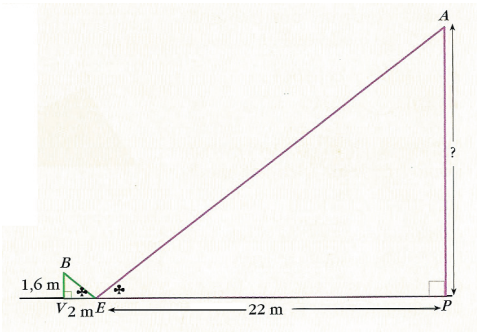
Resposta:

_____

_____

_____

3. Os casos de semelhanças de triângulos usam-se para determinar as medidas inacessíveis. O Manuel utilizou a semelhança de triângulos para determinar a altura do prédio onde vivia.



Calcule a altura do prédio e enuncie o caso de semelhança de triângulos que aplicou.

Dica: (utilize uma proporção para revolver este situação problemática)

Resposta:

Separador

INSTRUMENTO DE REFLEXÃO E AUTO-AVALIAÇÃO

Terminada esta unidade, chegou o momento de fazer um balanço das competências que adquiriu e/ou aprofundou e reflectir sobre a sua evolução. Reveja o seu percurso e sirva-se do instrumento que lhe propomos para se autoavaliar, colocando uma cruz no ponto em que se encontra e, no final, identificando as suas dificuldades para as poder superar.

Unidade de Competência	Competências	ADQUIRI e/ou APROFUNDEI COMPETÊNCIAS?...	Sim	Em parte	Ainda não	COMO EVOLUI?...	Muito	Pouco	Muito pouco
MV3C Compreender e usar conexões matemáticas, em contextos de vida.	• Usar as funções de uma calculadora cientifica.								
	• Reconhecer diferentes modos de representação de números.								
	• Utilizar estratégias de cálculo mental adequadas às situações em jogo e relacioná-las com propriedades das operações								
	• Interpretar numérica e graficamente relações funcionais, nomeadamente de proporcionalidade directa e de proporcionalidade inversa.								
	• Resolver problemas de medida em desenhos à escala, escolhendo escalas para representar situações.								
	• Estabelecer a ligação entre conceitos matemáticos e conhecimento de procedimentos na realização de construções geométricas								
	• Reconhecer o conceito de semelhança de figuras e usar as relações entre elementos de figuras com a mesma forma.								

AUTO-AVALIAÇÃO

Unidade de Competência	Competências	ADQUIRI e/ou APROFUNDEI COMPETÊNCIAS?...	Sim	Em parte	Ainda não	COMO EVOLUI?...	Muito	Pouco	Muito pouco
MV3C Compreender e usar conexões matemáticas, em contextos de vida.	• Descrever figuras geométricas no plano e no espaço.								
	• Sequenciar um projecto em tarefas elementares.								
	• Comunicar os resultados de trabalhos de projecto usando a linguagem matemática e a língua portuguesa.								
Principais dificuldades:									

Aspectos que ainda posso melhorar:

O que posso fazer para melhorar:

AUTO-AVALIAÇÃO

As competências trabalhadas giraram em torno do Tema *Comunidade*. Esta forma de trabalhar, permitiu-me obter um entendimento diferente sobre esta realidade e apurar o meu espírito crítico? Porquê?

Separador

ÍNDICE

- Xenofobia 189
- Direitos da mulher 193
- Exploração Sexual 197
- Emigração clandestina 201

XENOFOBIA

DESAFIO

A sociedade actual exige reassumir os direitos?

«Ser português não é ser xenófobo»

Constitucionalista diz que na mensagem do cartaz do PNR existe xenofobia, mas não racismo e que «apelo à violência é latente e não explícito». Alto Comissariado fala em «escândalo» e vai tomar medidas.

2007/03/29 | 11:23 || Luísa Melo com Lusa

"O Alto-Comissário para a Imigração e Minorias Éticas, Rui Marques, considerou a campanha contra a imigração lançada pelo PNR «profundamente ofensiva e escandalosa», não apenas para os 400 mil imigrantes que diariamente constroem connosco o país, mas também para a memória histórica dos portugueses», porque «ser português não é ser xenófobo».

Para já, o comissariado vai estudar a questão e as iniciativas a desenvolver, mas Rui Marques defende também que «continuar a trabalhar para que os portugueses sejam sensíveis à causa do acolhimento» é a melhor forma de responder a este tipo de campanha «xenófoba e racista».

Apesar de sublinhar que o PNR tem pouca expressão em votos, Rui Marques considera, no entanto, que só a existência deste tipo de ideais «já é uma preocupação». E lembra que discursos racistas e xenófobos existem em todo o mundo e que lá fora «atingem os portugueses»."

Fonte: *http://www.portugaldiario.iol.pt/noticia.php?id=791598*

PROPOSTA DE TRABALHO

MANIFESTAÇÃO

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 23 para o auxiliar na resolução.

1. Uma das formas de reclamar ou exigir certos direitos é através de manifestações populares.

Quatro amigos: Pedro, Sara, Luís, Joaninha, organizaram-se para uma manifestação de modo a mostrar a sua solidariedade para com o tema em questão, fizeram um cartaz com a inscrição "XENOFOBIA" e quatro camisolas, que juntas formam "NÃO!"

A cada um dos amigos vai corresponder uma das quatro camisolas.

De quantas formas é possível organizarem-se sabendo que:

1.1. A Sara e a Joaninha estão nas extremidades.

1.2. O Pedro estava com a letra **O**.

1.3. Estão alternados por sexo.

1.4. Não há qualquer tipo de condição.

DIREITOS DA MULHER

DESAFIO

Por que foi necessário falar de Direitos da Mulher e de Direitos da Criança?

A **APAV** (Associação de Apoio à Vitima) define Violência doméstica *"como qualquer conduta ou omissão de natureza criminal, que inflija sofrimentos físicos, sexuais, psicológicos ou económicos, de modo directo ou indirecto, a qualquer pessoa que resida habitualmente no mesmo espaço doméstico"*.

Mulheres e crianças sempre sofreram agressões ao longo dos tempos e sempre se calaram. Porquê? Vergonha? Medo? Ou simplesmente por pensarem que o mereciam? Porque nunca se falou sobre este tema? Por que só agora se começa a debater o tema e por que só agora é considerado crime?

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

consultua
Ensino e Formação Profissional, Lda

PROPOSTA DE TRABALHO

VIOLÊNCIA DOMÉSTICA

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 23 para o auxiliar na resolução.

1. De um total de **15 758** crimes registados pela APAV, cerca de **86%** foram crimes de violência doméstica (no ano de 2006). De entre esses crimes, destacaram-se os crimes de maus-tratos psíquicos **(32,2%)** e os crimes de maus-tratos físicos **(31,1%)**.

1.1. Calcule o número total de crimes de violência doméstica.

1.2. Calcule entre os crimes de violência doméstica os que são crimes de maus-tratos psíquicos e crimes de maus-tratos físicos.

O que pensa sobre estes números?

2. O artigo 5.º da Declaração Universal dos Direitos Humanos refere que:

"Ninguém será submetido a tortura nem a penas de tratamentos cruéis, desumanos ou degradantes."

Segundo o livro – *KHADY MUTILADA* – todos os anos **2 x 10^6** de raparigas são excisadas (mutilação do clítoris), em todo o mundo já foram submetidas a estas mutilações **1,3 x 10^8** mulheres.

2.1. Represente estes dois valores em números inteiros.

2×10^6

$1{,}3 \times 10^8$

2.2. Segundo estes dados, há quantos anos as mulheres estão a ser vítima deste tipo de mutilação? (*efectue os cálculos sem recorrer à máquina de calcular*)

2.3. De acordo com o valor encontrado na questão anterior, acha que este tipo de mutilação apenas se efectua neste período de tempo? Argumente a sua opinião.

EXPLORAÇÃO SEXUAL

DESAFIO

Por que foi preciso declarar os direitos humanos?

Considerando que o reconhecimento da dignidade inerente a todos os membros da família humana e dos seus direitos iguais e inalienáveis constitui o fundamento da liberdade, da justiça e da paz no mundo. (Declaração dos Direitos Humanos)

Em todo o mundo, aproximadamente 2,5 milhões de pessoas - homens, mulheres e crianças - são vítimas de tráfico humano. E, segundo o Informe Global da Organização Internacional do Trabalho (OIT), pelo menos um terço dessas pessoas são vítimas de tráfico por motivos económicos.

O que pensa sobre esta problemática? Qual será o tipo de tráfico mais realizado e mais rentável? Como combater esta situação?

PROPOSTA DE TRABALHO

TRANSMISSÃO DE DOENÇAS SEXUAIS

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 23 para o auxiliar na resolução.

A Declaração dos Direitos Humanos, nos **artigos 3.º e 25.º** refere respectivamente que:

- "Todo indivíduo tem direito à vida, à liberdade e à segurança pessoal"
- "Toda a pessoa tem direito a um nível de vida suficiente para lhe assegurar e à sua família a saúde e o bem-estar…"

MV3D2 / REVELAR COMPETÊNCIAS DE CÁLCULO;
MV3D4 / USAR ARGUMENTOS VÁLIDOS PARA JUSTIFICAR AFIRMAÇÕES MATEMÁTICAS;
MV3D5 / USAR MODOS PARTICULARES DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO, NOMEADAMENTE A REDUÇÃO AO ABSURDO.

1. Segundo a OIT, a exploração sexual é responsável por grande parte dos casos de tráfico humano. Infelizmente, a exploração sexual é uma realidade dos nossos dias e no nosso meio. A prostituição é a que mais se verifica e a que em simultâneo movimenta milhões de euros.

Um dos problemas que resulta da prostituição é a grande probabilidade e facilidade de contrair doenças sexualmente transmissíveis. O SIDA é talvez a doença mais em voga e também aquela que mais mata a nível mundial.

Imaginando que uma prostituta contraiu o vírus HIV e como não tinha conhecimento da situação continuou a prostituir-se contaminando assim alguns dos seus clientes. Esta contaminação aumenta de acordo com a seguinte fórmula:

$$y = 2^x$$

Onde:

- x representa o número de meses;
- y representa o número de clientes infectados.

1.1. A partir da fórmula dada anteriormente, e sabendo que no final de um ano a prostituta infectou 4096 clientes, qual o número do mês em que se verificou metade dos infectados? (2048 clientes)

1.2. Através das seguintes etapas verifique se o seu raciocínio estava correcto.

Pegando na fórmula e substituindo o valor de x por meses, temos que:

$$Y = 2^X$$

Substituindo o x por 1, vem: $\mathbf{y = 2^1 \leftrightarrow\ y = 2,}$ isto significa que no primeiro mês foram infectados 2 clientes.

No segundo mês quantos clientes foram infectados? E no terceiro, quarto e no quinto meses?

1.3. A partir dos valores obtidos anteriormente e fazendo uma pequena análise, que relação verifica entre eles? (nota: no caso de não chegar a nenhuma conclusão repita os passos anteriores para mais dois ou três meses)

1.4. Perante a conclusão da alínea anterior, responda novamente à alínea 1.1 e verifique se a sua resposta é a mesma.

EMIGRAÇÃO CLANDESTINA

DESAFIO

A Declaração Universal dos Direitos Humanos será realmente respeitada? Que direitos são violados?

Emigrantes com vergonha de voltar

Sequestro, escravatura e violência. Emigrantes são vítimas de tráfico. Nacionais já radicados no estrangeiro levam novatos ao engano. E o leitor? Conhece casos destes?

2006/08/13 | 12:51 || Judite França

"O tempo da Linda de Suza e da mala de cartão há muito que já passou, mas nem todos os emigrantes têm sorte lá fora. Aliás, muitos deles vivem com medo. Receiam o que possa acontecer à família que ficou em Portugal e chegam a habitar currais, em condições sub-humanas.

Enquanto os estrangeiros em Portugal são alvo de pressão de natureza psicológica, os emigrantes portugueses sofrem de facto ameaças físicas. Muitas vezes «exercida por outros portugueses radicados há vários anos no país de destino».

Rapto, escravatura, ameaças

Espanha e Holanda têm sido os países que mais maltratam os emigrantes portugueses. Há relatos de cidadãos lusos traficados para Espanha, onde foram vítimas dos crimes de rapto, sequestro, escravatura, ameaças e ofensas à integridade física. Contudo, o número de participações formais de exploração laboral e coacção sobre emigrantes portugueses junto da IGT, das autoridades consulares e da PJ permaneceu em níveis muito limitados. Segundo a Direcção-Geral dos Assuntos Consulares e Comunidades Portuguesas (DGACCP), os trabalhadores afectados receiam ser vítimas de represálias".

Fonte: *http://www.portugaldiario.iol.pt/noticia.php?div_id=291&id=714609*

MV3D1 / INFERIR LEIS DE FORMAÇÃO DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E GEOMÉTRICAS;
MV3D6 / RECONHECER AS DEFINIÇÕES COMO CRITÉRIOS NECESSÁRIOS A UMA CLARA COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA E DE CLASSIFICAÇÃO DE OBJECTOS MATEMÁTICOS.

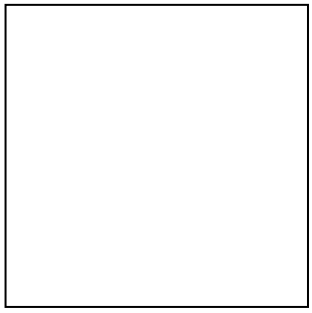
PROPOSTA DE TRABALHO

CONDIÇÕES DE TRABALHO

Consulte o UTILITÁRIOS - DOC. 23 para o auxiliar na resolução.

1. Um dos grandes problemas que ainda se vive em pleno século XXI é a escravidão, que apesar de parecer um problema social erradicado, infelizmente ainda está bem presente e muitas das vezes bem mais próximo do que aquilo que possamos pensar ou imaginar.

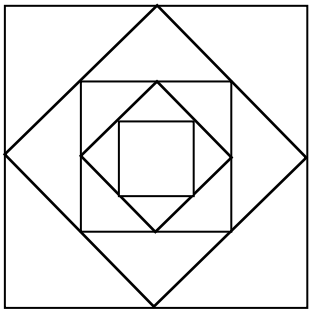
A figura seguinte representa um quarto, com a forma quadrangular, com a dimensão de 16 m^2.



1.1. Perante esta afirmação quais as dimensões dos lados do quarto?

1.2. Devido à precariedade do trabalho a nível Nacional, muitos dos nossos portugueses tentam a sua sorte noutros países, mas infelizmente as condições nem sempre são as desejadas, ou pior ainda, as prometidas…

A figura ao lado representa um quarto que em condições normais seria ocupado por apenas **uma pessoa**, mas devido a uma situação idêntica à retratada anteriormente, este terá de ser dividido por um número bem maior de pessoas.



O primeiro termo da sequência é um quadrado com 4m de lado, o que significa que uma pessoa teria uma área disponível de 16m2. O segundo termo obtém-se unindo os pontos médios do lado do quadrado do primeiro termo e assim sucessivamente.

Assim, a área de cada quadrado é metade da área do quadrado anterior.

À medida que avançamos na sequência, a área disponível por pessoa diminui para metade. Como pode justificar esta situação?

1.2.1. Determine as áreas dos diversos termos da sequência.

1.2.2. O que justifica esta redução gradual de área disponível?

1.2.3. Estabeleça uma relação matemática que justifique esta condição.

1.2.4. Perante os dados dos últimos termos da sequência, e estando nós a debater a problemática dos Direitos Humanos, acha que nos dias de hoje se justifica esta situação?

1.2.5. Na sua opinião, qual o número máximo de pessoas que poderiam coabitar num quarto com 16 m^2, de forma a considerar-se uma situação aceitável?

Separador

INSTRUMENTO DE REFLEXÃO E AUTO-AVALIAÇÃO

Terminada esta unidade, chegou o momento de fazer um balanço das competências que adquiriu e/ou aprofundou e reflectir sobre a sua evolução. Reveja o seu percurso e sirva-se do instrumento que lhe propomos para se autoavaliar, colocando uma cruz no ponto em que se encontra e, no final, identificando as suas dificuldades para as poder superar.

Unidade de Competência	Competências	ADQUIRI e/ou APROFUNDEI COMPETÊNCIAS?...	Sim	Em parte	Ainda não	COMO EVOLUI?...	Muito	Pouco	Muito pouco
MV3D Raciocinar matematicamente de forma indutiva e de forma dedutiva.	• Inferir leis de formação de sequências, numéricas ou geométricas, utilizando simbologia matemática, nomeadamente expressões designatórias								
	• Revelar competências de cálculo, apresentando nomeadamente exemplos de situações em que um produto é menor que os factores e de situações em que o quociente é maior que o dividendo.								
	• Estabelecer conjecturas a partir da observação (raciocínio indutivo) e testar conjecturas utilizando processos lógicos de pensamento.								
	• Usar argumentos válidos para justificar afirmações matemáticas, próprias ou não, como por exemplo, a particularização e a generalização.								
	• Usar modos particulares de raciocínio matemático, nomeadamente a redução ao absurdo.								

AUTO-AVALIAÇÃO

Unidade de Competência	Competências	ADQUIRI e/ou APROFUNDEI COMPETÊNCIAS?...	Sim	Em parte	Ainda não	COMO EVOLUI?...	Muito	Pouco	Muito pouco
MV3D Raciocinar matematicamente de forma indutiva e de forma dedutiva.	• Reconhecer as definições como critérios embora convencionais e de natureza precária, necessários a uma clara comunicação matemática;								
	• Reconhecer as definições como critérios embora convencionais e de natureza precária, de organização das ideias e de classificação de objectos matemático.								
Principais dificuldades:									

Aspectos que ainda posso melhorar:

_____

_____

_____

_____

O que posso fazer para melhorar:

_____

_____

_____

_____

AUTO-AVALIAÇÃO

As competências trabalhadas giraram em torno do Tema *Direitos Humanos*. Esta forma de trabalhar, permitiu-me obter um entendimento diferente sobre esta realidade e apurar o meu espírito crítico? Porquê?

Separador

ÍNDICE

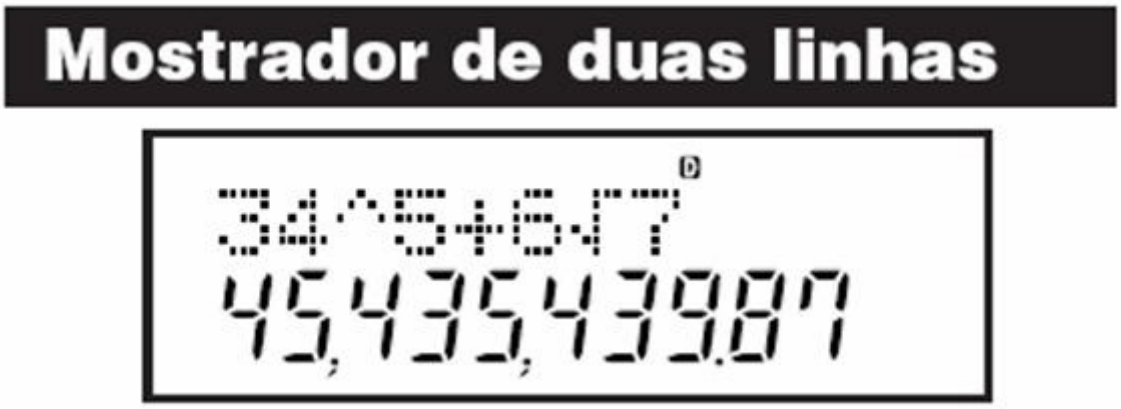
- Doc 1 – Máquina de calcular científica
- Doc 2 – Estatística
- Doc 3 – Razões
- Doc 4 – Proporções
- Doc 5 – Regra de 3 Simples
- Doc 6 – Números – Introdução sobre a origem dos números
- Doc 7 – Percentagens
- Doc 8 – Escalas
- Doc 9 – Potencias e Raízes
- Doc 10 – Notação Científica
- Doc 11 – Sistema Métrico Decimal
- Doc 12 – Resolução de problemas segundo Polya
- Doc 13 – Áreas
- Doc 14 – Volumes
- Doc 15 – Equações
- Doc 16 – Inequações
- Doc 17 – Teorema de Pitágoras
- Doc 18 – Trigonometria
- Doc. 19 - Representação de funções
- Doc 20 – Sólidos geométricos
- Doc 21 – Construções geométricas
- Doc 22 – Semelhança de Figuras
- Doc 23 – Raciocínio Matemático

Máquina de calcular científica

Existem muitas marcas de modelos de máquinas de calcular científicas, mas no entanto, vamos aprender a efectuar algumas operações com uma máquina Casio, com os seguintes modelos: **fx-82MS; fx-83MS; fx-85MS; fx-270MS; fx-300MS; fx-350MS**.

Antes de começar a utilizar a máquina de calcular, pressione a tecla [ON].

No mostrador da máquina de calcular aparecem duas linhas:



O mostrador de duas linhas permite visualizar simultaneamente a fórmula e o seu resultado, ou seja:

- Na linha superior mostra a fórmula do cálculo
- Na linha inferior mostra o resultado

Quando o resultado inteiro tem mais do que três algarismos, é exibido um separador a cada três dígitos de forma a separar o número por classes.

Correcções durante uma introdução de números ou fórmulas

- Utilize [◀] e [▶] para mover o cursor para a posição desejada.
- Pressione [DEL] para apagar o número ou função na posição actual do cursor.

Função de releitura

- Cada vez que realiza um cálculo, a função de releitura armazena a fórmula do cálculo e o seu resultado na memória de releitura. Pressionar a tecla [▲] exibe a fórmula e o resultado do cálculo executado por último. Pressionar [▲] de novo retrocede consequentemente através dos cálculos passados.

• Pressionar a tecla ◀ ou ▶ enquanto um cálculo da memória de releitura está no mostrador muda para a tela de edição.
• Pressionar a tecla ◀ ou ▶ logo depois de terminar um cálculo exibe a tela de edição para o tal cálculo.
• Pressionar AC não apaga a memória de releitura, e portanto, pode chamar o último cálculo mesmo depois de pressionar AC .
• A memória de releitura é apagada quando é pressionada a tecla ON ou quando a máquina é desligada.

Localizar um erro

• Pressionar a tecla ◀ ou ▶ depois da ocorrência de um erro exibe o cálculo com o cursor posicionado no lugar onde existe o erro.

Cálculos básicos COMP

Cálculos aritméticos

Utilize a tecla MODE para selecionar o modo COMP quando quiser executar cálculos básicos.
COMP ..... MODE 1

• Os valores negativos dentro das fórmulas devem estar entre parênteses.
• Não é necessário colocar um expoente negativo entre parênteses.

$\sin 2{,}34 \times 10^{-5} \rightarrow$ sin 2.34 EXP (−) 5

• **Exemplo 1:** $3\times(5\times10^{-9}) = 1{,}5\times10^{-8}$
3 × 5 EXP (−) 9 =

• **Exemplo 2:** $5\times(9+7) = 80$ 5 × (9 + 7) =

Operações com fracções

• Cálculos fraccionários

Exemplo 1: $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{13}{15}$

2 a⅞ 3 + 1 a⅞ 5 = 13⌟15.

Exemplo 2: $3\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} = 4\frac{11}{12}$

3 a b/c 1 a b/c 4 +

1 a b/c 2 a b/c 3 = | 4⌟11⌟12. |

Exemplo 3: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2 a b/c 4 =

Exemplo 4: $\frac{1}{2} + 1{,}6 = 2{,}1$

1 a b/c 2 + 1.6 =

- Conversão decimal

Use a operação apresentada em baixo para converter os resultados dos cálculos entre valores decimais e valores fraccionários.

Exemplo 1: $2{,}75 = 2\frac{3}{4}$ (Decimal → Fração)

2.75 = | 2.75 |

a b/c | 2⌟3⌟4. |

$= \frac{11}{4}$ SHIFT d/c | 11⌟4. |

Exemplo 2: $\frac{1}{2} \leftrightarrow 0{,}5$ (Fração ↔ Decimal)

1 a b/c 2 = | 1⌟2. |

a b/c | 0.5 |

a b/c | 1⌟2. |

- Cálculo de percentagens

Exemplo 1: Para calcular 12% de 1500

1500 × 12 SHIFT %

Exemplo 2: Para adicionar 15% a 2500

2500 × 15 SHIFT % +

Exemplo 3: Para descontar 25% de 3500

3500 × 25 SHIFT % −

Exemplo 4: Qual a percentagem de 660 em 880

660 ÷ 880 SHIFT %

Exemplo 5: Se adicionarmos 300g a uma amostra que originalmente pesa 500g, qual a percentagem de aumento do peso?

300 + 500 SHIFT %

Exemplo 6: Qual a diferença de percentagem quando um valor é aumentado de 40 para 48?

46 − 40 SHIFT %

Cálculos com memória

COMP

Utilize a tecla MODE para selecionar o modo COMP quando quiser executar cálculos básicos.

COMP ..... MODE 1

Memória de resposta

Sempre que pressionar = depois de introduzir valores ou uma expressão, o conteúdo da memória é actualizado automaticamente com o armazenamento do resultado calculado.

Além de = , o conteúdo da memória de resposta também é actualizado com um resultado sempre que pressionar SHIFT %, M+, SHIFT M−, ou SHIFT STO seguido por uma letra (A a F, ou M, X ou Y)

Pode ver o conteúdo da memória de resposta sempre que pressionar Ans .

Cálculos com funções científicas

COMP

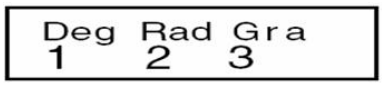
Utilize a tecla MODE para selecionar o modo COMP quando quiser executar cálculos básicos.

COMP ..... MODE 1

- Certos tipos de cálculos podem demorar algum tempo a serem efectuados.
- Espere sempre que o resultado apareça no mostrador antes de iniciar o próximo cálculo.
- π = 3,14159265359

Funções trigonométricas

Para mudar a unidade angular predefinida (graus, radianos e grados), pressione a tecla MODE algumas vezes até aparecer a configuração da unidade angular como mostra a figura abaixo.



Pressione a tecla numérica (1 , 2 ou 3) que corresponde à unidade angular que desejar utilizar.

Exemplo 1: $\cos\left(\frac{\pi}{3}\text{ rad}\right) = \mathbf{0,5}$

MODE ····· 2 (Rad)

cos (SHIFT π ÷ 3) =

Exemplo 2: $\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2} = \mathbf{0,25}\,\pi\text{ (rad)}\left(=\frac{\pi}{4}\text{ (rad)}\right)$

MODE ····· 2 (Rad)

SHIFT cos⁻¹ (√ 2 ÷ 2) = Ans ÷ SHIFT π =

Exemplo 3: $\tan^{-1} 0{,}741 = \mathbf{36,53844577}^\circ$

MODE ····· 1 (Deg)

SHIFT tan⁻¹ 0.741 =

Raízes, quadrados, cubos, π

Exemplo 1: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \mathbf{5,287196909}$

√ 2 + √ 3 × √ 5 =

Exemplo 2: $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{-27} = -1{,}290024053$

SHIFT $\sqrt[3]{\ }$ 5 + SHIFT $\sqrt[3]{\ }$ ((−) 27) =

Exemplo 3: $\sqrt[7]{123}\ (= 123^{\frac{1}{7}}) = 1{,}988647795$

7 SHIFT $\sqrt[3]{\ }$ 123 =

Exemplo 4: $123 + 30^2 = 1023$ 123 + 30 x^2 =

Exemplo 5: $12^3 = 1728$ 12 x^3 =

Exemplo 6: $3\pi = 9{,}424777961$ 3 SHIFT π =

Informações técnicas

Ao surgir um problema:

Se o resultado de um cálculo não for o que está à espera ou se ocorrer um erro, realize os seguintes passos:

- Pressione SHIFT CLR 2(Mode) = para iniciar todos os modos e definições.
- Verifique a fórmula com a qual está a trabalhar de modo a conferir se está correcta.
- Seleccione o modo correcto e tente executar o cálculo de novo.

Se os passos acima não corrigirem o problema, pressione a tecla ON . A calculadora realiza uma operação de auto-verificação e apaga todos os dados armazenados na memória se qualquer anormalidade for detectada.

Estatística

Estatística… Um pouco de história!!!

"*A utilização da estatística para estudar assuntos de Estado remonta a tempos muito antigos.*
O Livro IV do Antigo Testamento refere que Moisés foi instruído por Deus para fazer um levantamento dos homens de Israel que estivessem aptos a guerrear. Também na época do Imperador César Augusto foi ordenada a realização de um censo em todo o Império Romano.
No séc. XVII a estatística sofre um grande desenvolvimento com as contribuições de estudiosos alemães e ingleses. De entre eles destaca-se John Graunt (1620-1674), que realizou a 1ª investigação estatística sobre a mortalidade, como consta de uma memória que apresentou à Real Sociedade de Londres, em 1661. A partir desta altura a estatística não mais deixou de progredir, atingindo o maior desenvolvimento e aplicação nos nossos dias.
Em Portugal conhecem-se vários estudos estatísticos antigos: Rol dos besteiros do conto de D. Afonso III (1260-1279) e de D. João I (1421-1422), Numeramento de D. João III (1527), Resenha de gente de guerra (1636), Lista de fogos e almas que há nas terras de Portugal (1732), Numerando de 1798 ou de Pina Manique e Recenseamento geral de 1801 ou do Conde de Linhares. Em 1864 realizou-se o 1º censo geral de tipo moderno, que continuou a efectuar-se, em geral, de 10 em 10 anos. Em 1935 é fundado o Instituto Nacional de Estatística (INE), organismo do Estado responsável pelos censos gerais e pelos estudos estatísticos de interesse para o País."

(httpwww.prof2000.ptusersdelgadomestatistica.htm)

A nossa sociedade é caracterizada pela era da informação. A informação circula velozmente através da Internet e dos mais variados meios de comunicação, surge e é-nos apresentada nas mais variadas formas e estilos o que muitas das vezes nos pode dificultar a sua interpretação.

A estatística é sem dúvida um excelente meio de transmissão e apresentação de vários estudos e investigações, por isso mesmo, vamos tentar conhecer um pouco melhor este "mundo".

Mas afinal o que é a estatística?
A estatística é um ramo da matemática que nos ajuda a recolher, organizar, interpretar e tratar diferentes tipos de dados, para tirarmos conclusões e podermos até fazer previsões.

População e Amostra

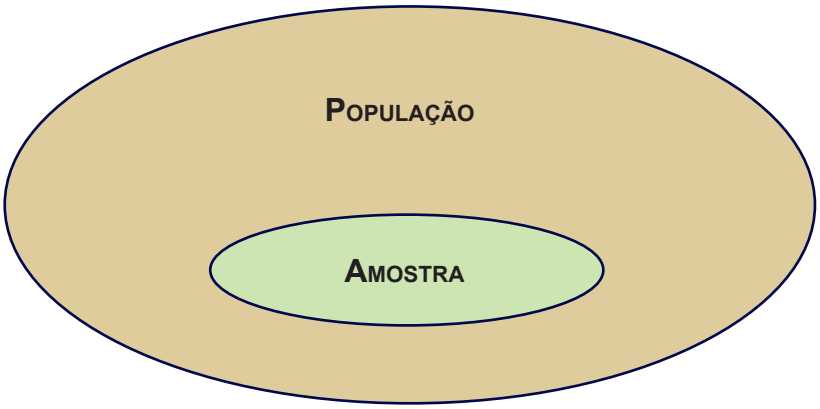
Se quisermos fazer um estudo estatístico no sentido de conhecer a opinião dos portugueses sobre o trabalho desenvolvido pelo nosso Ministro do Trabalho e da Solidariedade Social, naturalmente que seria desaconselhado questionar todos os cidadãos portugueses. Assim, teremos de realizar o estudo a partir de um reduzido número de portugueses.

Neste caso, ao conjunto de todos os portugueses chama-se **população** ou universo estatístico, ao grupo reduzido de portugueses chama-se **amostra** da população e cada um dos portugueses constitui a **unidade estatística**.

Podem, assim, ser definidas população e amostra:

População – conjunto de unidades individuais, que podem ser objectos, animais, resultados experimentais, com uma ou mais características em comum, que se pretendem analisar.

Amostra – subconjunto da população que se observa com o objectivo de tirar conclusões para a população de onde foi recolhida.



Como exemplo de estudos estatísticos efectuados a partir de amostras da população temos as **sondagens de opinião** (dos consumidores sobre um dado produto, residentes duma localidade face à instalação de uma lixeira, eleitores sobre os partidos políticos, …)

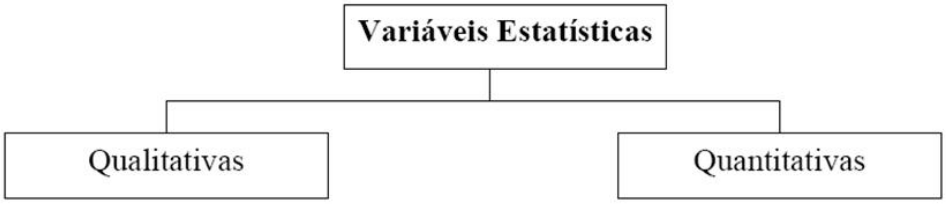
Uma **sondagem** é um "estudo científico de uma parte de uma população com objectivo de estudar atitudes, hábitos e preferências da população relativamente a acontecimentos, circunstâncias e assuntos de interesse comum". (Matemática – 7º ano 2ª parte)

Uma amostra deve ser **representativa**, ou seja, deve com reduzida margem de erro, substituir estatisticamente a população. No caso, já referido, do Ministro do Trabalho e da Solidariedade Social, a amostra:

- deve incluir portugueses de várias regiões e cidades;
- deve incluir, ainda, portugueses que gostem, ou não, de política e mais ainda, quer se encontrem empregados ou desempregados.

Pode acontecer que uma amostra não seja representativa da população, afirmando que é **enviesada**. A utilização de uma amostra enviesada para estimar características da população pode ter consequências graves, porque a amostra pode ter propriedades que não reflectem as da população em estudo.

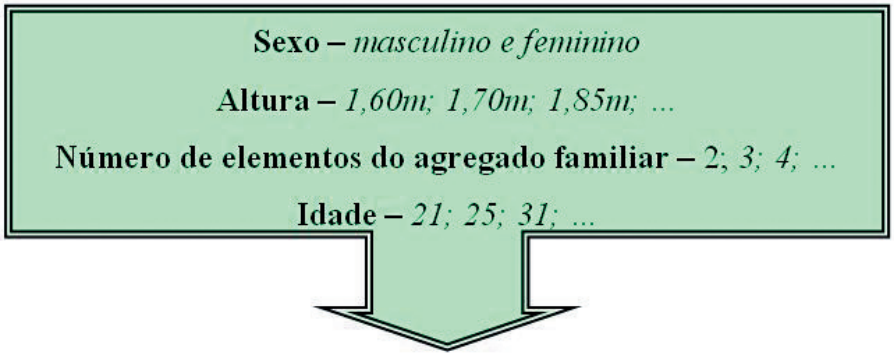
Variáveis estatísticas e sua natureza



Suponhamos que queremos fazer um estudo estatístico do conjunto de pessoas, que trabalham numa determinada instalação fabril, em relação ao sexo, idade, altura e número de elementos do seu agregado familiar.

A estas características chamam-se caracteres estatísticos (**variáveis estatísticas**). Alguns deles são caracteres **qualitativos** (sexo, data de aniversário), outros são **quantitativos** (idade, altura e número de elementos do seu agregado familiar).

Os caracteres qualitativos não se podem medir pois estão relacionados com uma qualidade, podem classificar-se; os quantitativos podem medir-se e apresentam-se com diferentes valores.



Às diferentes modalidades de um carácter qualitativo e aos diferentes valores de um carácter quantitativo dá-se o nome de um dado estatístico.

Tabelas e gráficos

As tabelas e os gráficos são muito utilizados em estatística. Têm a grande vantagem de resumir a informação obtida e de a organizar com vista à sua análise estatística.

Vamos ver um exemplo:

Pretendemos construir uma tabela que represente o grau de satisfação dos trabalhadores de uma determinada fábrica relativamente ao seu salário.
Como o universo estatístico era relativamente pequeno, elaborou-se um inquérito onde foi possível inquirir os trinta e seis elementos sobre a sua satisfação salarial (variável estatística).

Verificamos que:
- 12 trabalhadores afirmam que o seu salário é justo;
- 18 trabalhadores estão insatisfeitos com o seu salário;
- 6 trabalhadores afirmam estar muito satisfeitos com o seu salário.

Nota: estes valores não são reais.

Para apresentar os resultados do inquérito pode-se utilizar uma tabela de frequências.

Mas como construí-la?

Vamos então construir uma tabela com cinco colunas, uma com o grau de satisfação (variável estatística), outra com a frequência absoluta, outra com a frequência relativa e, por último uma com a frequência relativa sob a forma de percentagem.

Tabela de frequências

Grau de satisfação	Contagem	**fa** *(frequência absoluta)*	**fr** *(frequência relativa)*	**fr** % *(frequência relativa em percentagem)*
Salário justo	𝍸 𝍸 ||	12	$\frac{12}{36}$ = 0,33	0,33 x 100 = 33%
Insatisfeito com? o salário	𝍸 𝍸 𝍸 |||	18	$\frac{18}{36}$ = 0,50	0,50 x 100 = 50%
Satisfeito com o salário	𝍸 |	6	$\frac{6}{36}$ = 0,17	0,17 x 100 = 17%
Total		36	1,00	100%

Frequência absoluta (fa) – a frequência absoluta de um valor é o número de vezes que esse valor foi observado.

Frequência relativa (fr) – a frequência relativa de um valor é o quociente entre a frequência absoluta do valor da variável e o número total de dos observados.

Representação gráfica de dados

Mais do que as tabelas de frequências, os gráficos ajudam-nos em muito na interpretação de dados.
Existem vários tipos de gráficos entre os quais:

- Gráficos de barras;
- Pictogramas.
- Gráficos circulares;
- Histograma e polígonos de frequências

Gráfico de Barras

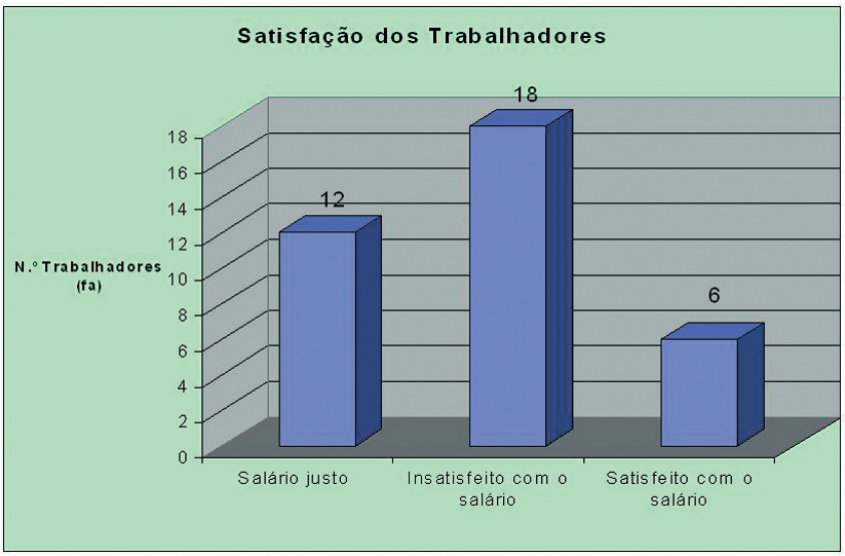
Elaborar um gráfico de barras:

- Organiza-se os dados numa tabela;
- Escolhe-se a unidade de medida adequada (escala);
- No eixo das abcissas (horizontal) colocam-se os valores da variável estatística em estudo;
- No eixo das ordenadas (vertical), coloca-se a frequência absoluta ou também se pode optar pela frequência relativa em forma de percentagem;
- A numeração dos gráficos é feita utilizando-se algarismos árabes;
- As escalas devem crescer da esquerda para a direita e de baixo para cima;
- A largura de cada barra tem que ser igual;
- A distância entre cada barra tem que ser igual;
- Nunca esquecer de dar um título ao gráfico e legendá-lo.

Ler um gráfico de barras, colunas ou linhas:

- Primeiro ler o título, para assim sabermos qual o contexto a que se refere;
- Ler e interpretar a legenda, no caso de existir;
- Ler a informação do eixo vertical (eixo das ordenadas) e do eixo horizontal (eixo das abcissas)
- Cruzar as informações e os dados dispostos nos eixos das ordenadas e das abcissas e interpretá-los.

De acordo com o estudo efectuado anteriormente, e tendo como base a tabela de frequências elaborou-se o seguinte gráfico.



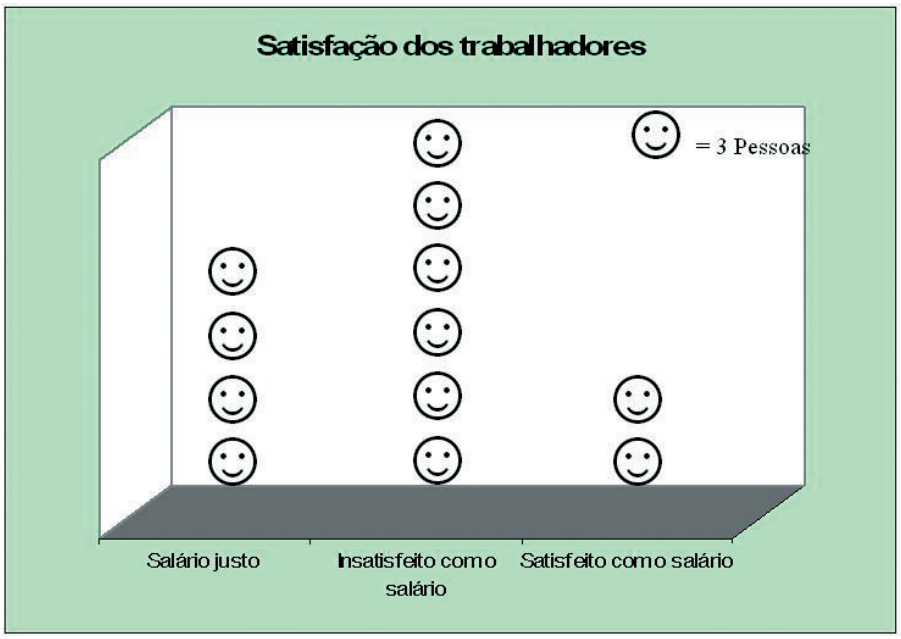
Analisando este gráfico podemos verificar que, da totalidade do trabalhadores, doze afirmam que recebem um salário justo, dezoito sentem-se insatisfeitos com o seu salário e seis deles afirmam que recebem um salário bom mostrando-se satisfeitos com o seu salário.

Pictograma

Com os dados da tabela podemos construir um tipo de gráfico de barras diferente, ou seja, as barras são substituídas por símbolos que correspondem à frequência absoluta. Este tipo de gráfico chama-se **pictograma**.

Nos **pictogramas** utiliza-se um símbolo sugestivo em relação ao tema em estudo. O símbolo ou símbolos utilizados devem ser do mesmo tamanho e separados por espaços iguais.

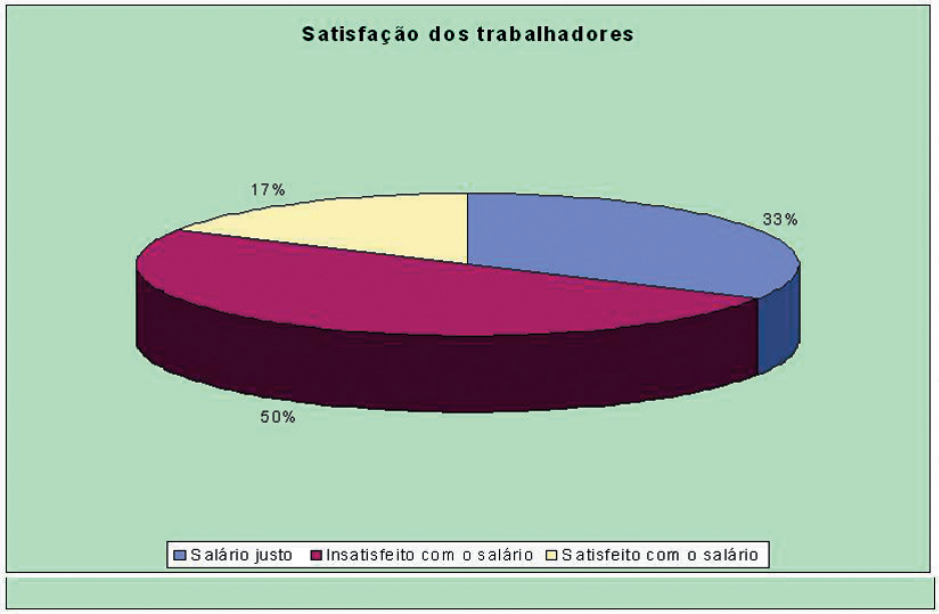
Fazendo novamente uso da tabela de frequências, elaborou-se o seguinte pictograma através dos dados da frequência absoluta.



Para analisar e interpretar este gráfico, temos que ter muito cuidado com a legenda do mesmo, porque se efectuarmos uma leitura incorrecta da legenda a leitura do gráfico vai ser igualmente imperfeita.

Fazendo uma análise e uma interpretação deste gráfico, verificamos que cada símbolo (☺) corresponde a três pessoas. Deste modo, doze afirmam que recebem um salário justo, dezoito sentem-se insatisfeitos com o seu salário e seis deles afirmam que recebem um salário bom mostrando-se satisfeitos com o seu salário.

Gráfico circular



Fazendo uma análise e interpretação deste gráfico, podemos referir que 50% dos trabalhadores sentem-se insatisfeitos com o seu salário, 33% referem que ganham um salário justo e 17% afirmam que recebem um bom salário e por isso sentem-se satisfeitos com o mesmo.

Mas como construir um gráfico deste tipo?

Construir um gráfico circular:

- Determina-se a amplitude dos ângulos correspondentes a cada percentagem resultante das frequências relativas.
- Traça-se um círculo e um dos seus raios.
- Marca-se a partir desse raio um ângulo com a amplitude obtida.
- Repete-se o processo para os restantes ângulos.

Para calcular as amplitudes dos ângulos, recorremos à correspondência entre a amplitude de um círculo (360º) e a frequência relativa sob a forma de percentagem.

Olhando novamente para o nosso gráfico circular, de forma intuitiva calculamos a amplitude de 50% dos trabalhadores, ou seja, se a totalidade é 360º, então metade é 180º.

• Calculando essa mesma amplitude, 50% corresponde a $\frac{50}{100} = 0,5$

Desta forma, a amplitude de 50% será 0,5 x 360º = 180º

• A "fatia" que representa 33% corresponde a um ângulo central de…

$$33\% = \frac{33}{100} = 0,33$$

A amplitude do ângulo será 0,33 x 360º = 118,8º

• A "fatia" correspondente a 17% tem um ângulo central de…

$$17\% = \frac{17}{100} = 0,17$$

A amplitude do ângulo será 0,17 x 360º = 61,2º

ota:

- A um gráfico circular também se pode chamar sectograma (círculo dividido em sectores circulares cujas amplitudes dos seus ângulos são proporcionais às frequências dos valores da variável estatística).
- Para a elaboração de gráficos também se pode recorrer ao uso do computador, utilizando uma folha de cálculo.

Histogramas e polígonos de frequências

Aquando da aplicação dos inquéritos aos trabalhadores da unidade fabril, anteriormente referida, simultaneamente foram inquiridos relativamente à sua idade.

Os resultados estão presentes na seguinte tabela.

Idade por pessoa, de uma determinada unidade fabril.

19	42	27	33	18	31
51	42	47	50	55	25
19	39	28	38	49	58
29	46	51	36	22	34
37	29	21	20	32	43
46	51	28	26	35	32

Quando, como neste caso, os dados são muito dispersos, para representá-los num gráfico, devemos construir um histograma.

Para construir um histograma, primeiramente temos que agrupar os nossos dados numa tabela.

Tabelas de dados agrupados – quando a variável é contínua ou quando temos muitos dados diferentes, por vezes, temos interesse em agrupar os dados em classes.

Classes (idades)	**fa** (frequência absoluta)	**fr** (frequência relativa)	**fr** % (frequência relativa em percentagem)	**F** (frequência absoluta acumulada)	**Fr** (frequência relativa acumulada)	**Fr** % (frequência relativa acumulada em percentagem)
[18; 23]	6	0,167	16,7%	6	0,167	16,7%
[23; 28]	3	0,083	8,3%	6 + 3 = 9	0,167 +0,083 = 0,25	25%
[28; 33]	8	0,222	22,2%	9 + 8 = 17	0,25 + 0,222 = 0,472	47,2%
[33; 38]	5	0,139	13,9%	17 + 5 = 22	0,472 + 0,139 = 0,611	61,1%
[38; 43]	4	0,111	11,1%	22 + 4 = 26	0,611 + 0,111 =0,722	72,2%
[43; 48]	4	0,111	11,1%	26 + 4 = 30	0,722 + 0,111 = 0,833	83,3%
[48; 53]	4	0,111	11,1%	30 + 4 = 34	0,833 + 0,111 = 0,944	94,4%
[53; 58]	2	0,056	5,6%	34 + 2 = 36	0,944 + 0,056 = 1	100%
Totais	36	1	100%			

A **Frequência Absoluta Acumulada** é a soma das frequências absolutas de todos os valores anteriores. Representa-se por **F**.

A **Frequência Relativa Acumulada** é a soma das frequências relativas de todos os valores anteriores. Representa-se por **Fr**.

Neste exemplo agrupamos os dados em intervalos iguais. A cada intervalo chama-se classe. Na classe [18; 23] temos:

- 18 é o limite inferior da classe;
- 23 é o limite superior da classe;
- 18 - 23 = 5 é amplitude da classe;
- 23 não pertence a esta classe.

A vantagem da distribuição de frequências acumuladas, é que esta, dá-nos o número total de observações em todas as classes com menor classificação.

Vamos ver o seguinte exemplo:

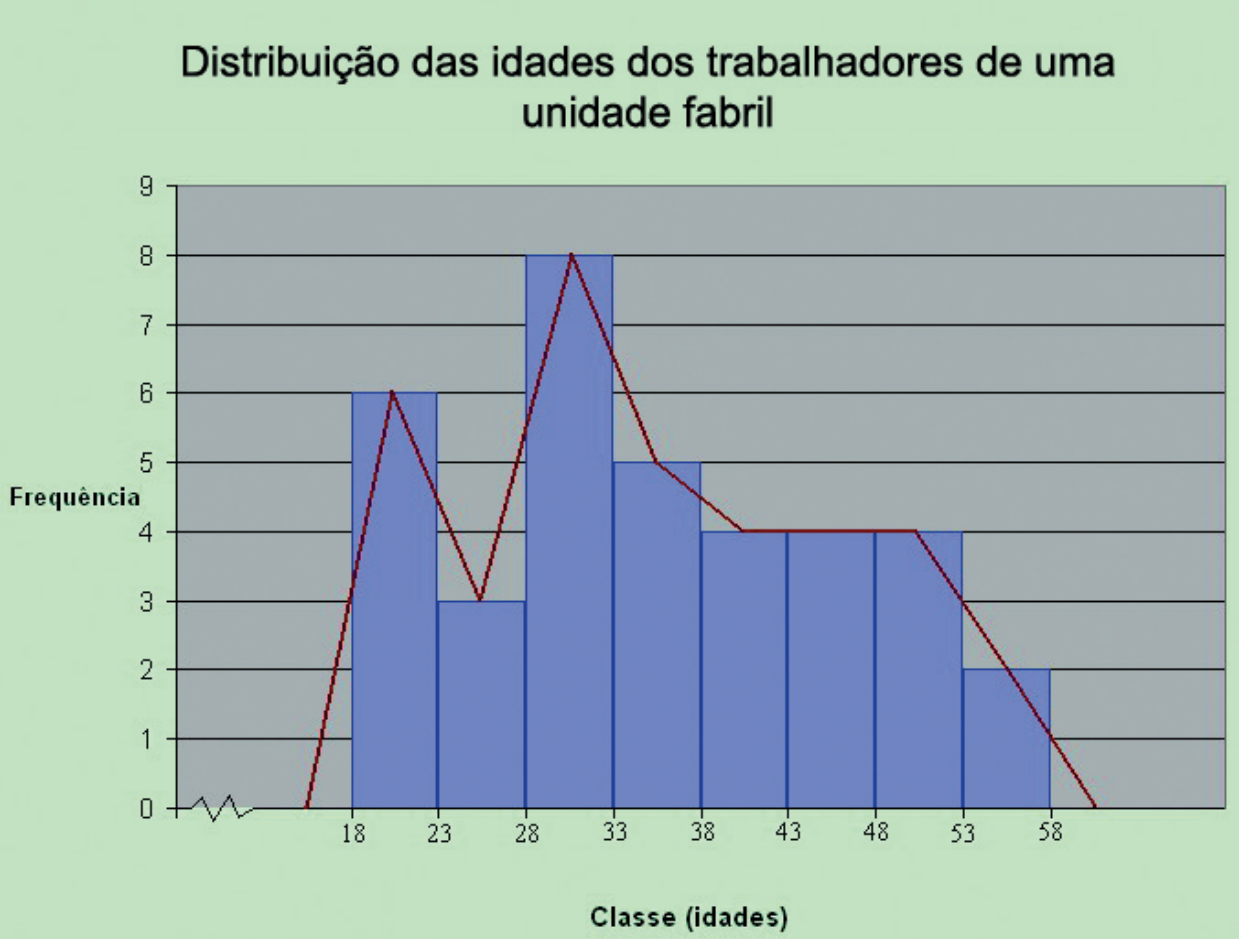
- Observando a tabela anterior, quantas pessoas têm menos de 38 anos?
  Para tal, simplesmente basta olhar para o valor da frequência acumulada da classe [33; 38] e facilmente verificamos que existem 22 pessoas.

- E qual a percentagem de pessoas que têm menos de 38 anos?
  O procedimento é muito semelhante, simplesmente consultamos o valor da frequência acumulada em percentagem e observamos que existem 61,1% de pessoas naquela unidade fabril com idade inferior a 38 anos.

- Qual a percentagem e o número de pessoas que têm menos de 48 anos?

Elaborar um histograma e polígono de frequências:

- Os histogramas usam-se para dados agrupados em classes.
- A sua construção é semelhante à do gráfico de barras.
- No eixo das abcissas representamos as classes e no eixo das ordenadas agrupamos as frequências absolutas.
- A largura de cada barra é igual estando estas unidas.
- Unindo por uma linha poligonal os pontos médios do lado superior das barras, obtemos o polígono de frequências.



Moda

A **Moda** é o acontecimento que ocorre o maior número de vezes, ou seja, aquele que tem maior frequência absoluta.

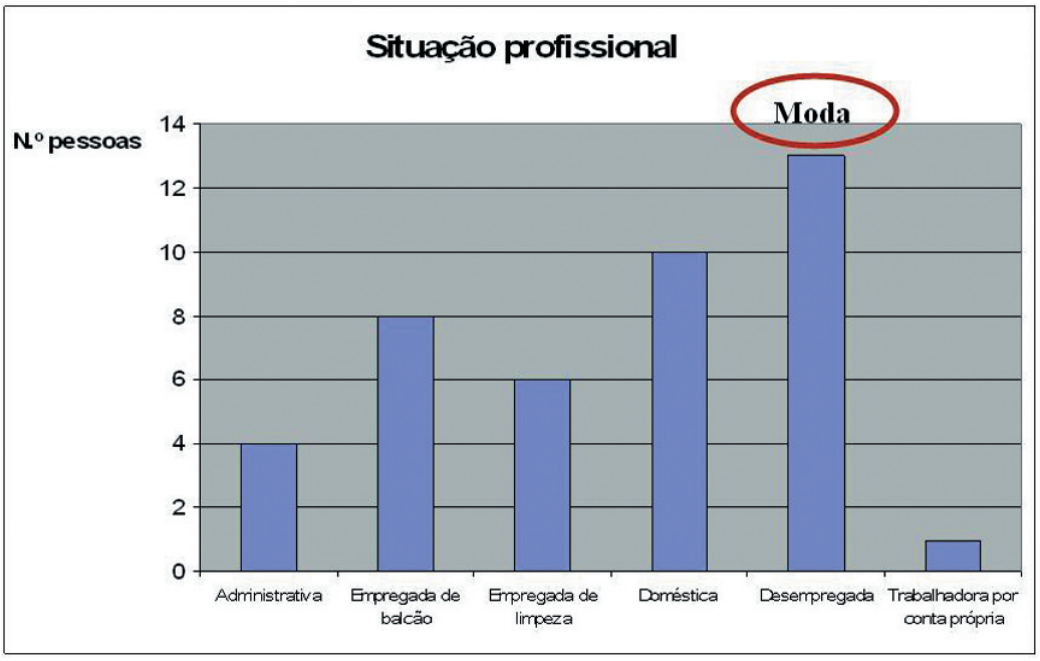
Vamos ver o seguinte exemplo:

Efectuou-se um pequeno inquérito num determinado bairro sobre a situação profissional da população feminina. Os resultados são apresentados na tabela a seguir.

Situação profissional	Administrativa	Empregada de balcão	Empregada de limpeza	Doméstica	Desempregada	Trabalhadora por conta própria
N.º pessoas	4	8	6	10	13	1

Através dos dados recolhidos e posteriormente organizados na tabela acima apresentada, podemos referir que a Moda da nossa população relativamente à sua situação profissional é desempregada, isto porque é nesta situação que se encontram o maior número de pessoas.

Com os dados da tabela anterior efectuou-se o seguinte gráfico.



Como se pode ver pelas barras do gráfico, a barra mais longa é a referente à situação de desempregada, isto porque, como já tínhamos visto anteriormente, é a situação mais usual. Assim, analisando um gráfico podemos facilmente saber qual a moda estatística de um determinado estudo ou situação.

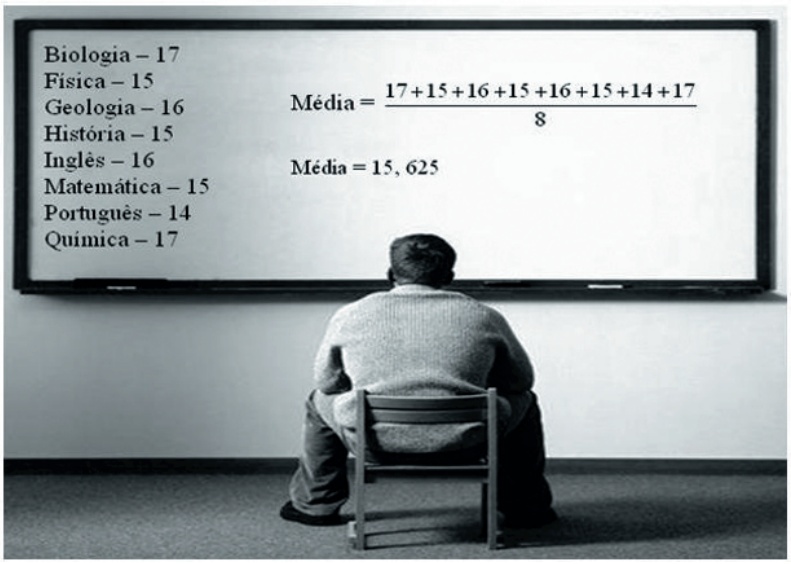
Média

Com o mercado de trabalho cada vez mais entupido e a concorrência cada vez mais feroz, torna-se essencial preparar o futuro.

Umas das áreas em que ainda continua a haver procura é a da saúde, mas ao invés, é a área em que é mais difícil entrar na Universidade devido às notas elevadíssimas que são exigidas, por isso mesmo o Pedro tem que controlar as suas notas e simultaneamente a sua média.

Ele está um pouco preocupado porque tem que melhorar significativamente a todas as disciplinas.

A figura abaixo mostra as notas do Pedro do 1º período e a sua média final.



Adaptado de: http://static.flickr.com/13/17987887_86426ea18c.jpg

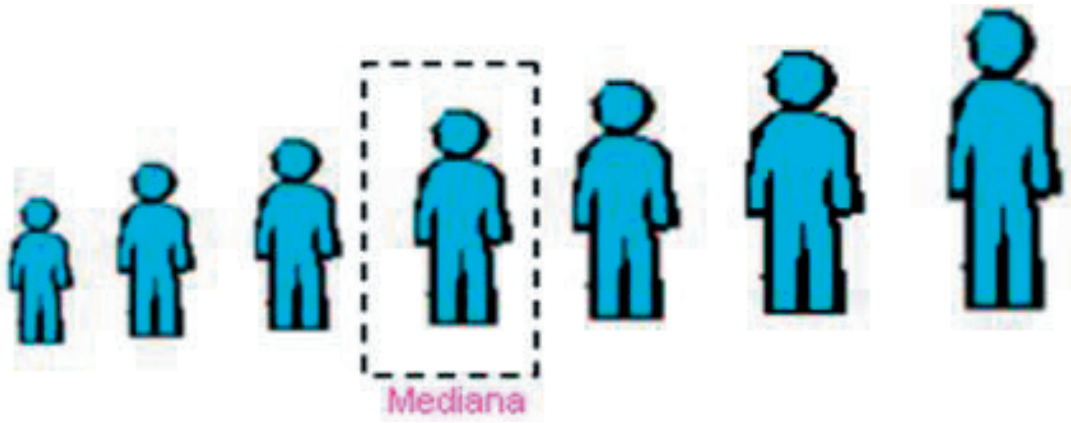
Para obtermos a **média** de um conjunto de dados, somam-se todos os dados e divide-se a soma obtida pelo número de parcelas.

Mediana

A mediana de um conjunto encontra-se da seguinte forma:

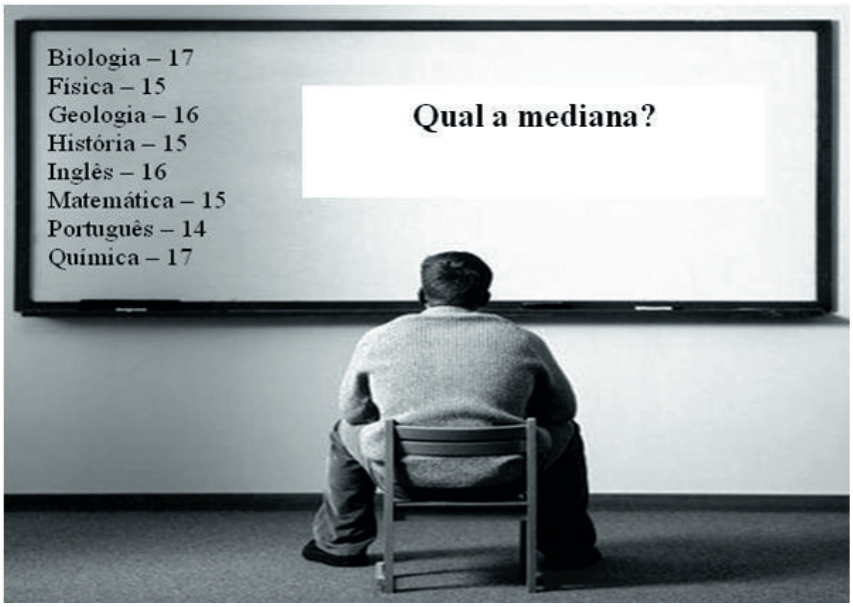
1. Coloca-se os elementos por ordem crescente ou decrescente.

1.1. Se o número de elementos do conjunto é **ímpar** a mediana é o valor central.



1.2. Se o número de elementos é par, a mediana é a média dos dois valores centrais.

Vamos ver o exemplo das notas do Pedro:



Adaptado de: http://static.flickr.com/13/17987887_86426ea18c.jpg

1.º Colocar os números por ordem:

14 – 15 – 15 – 15 – 16 – 16 – 17 – 17

Valores centrais

Média dos valores centrais é: $\frac{15 + 16}{2} = 15{,}5$

Logo, a **mediana** é 15,5

E qual é a **moda**?

Razões

Imagine o seguinte problema:

Dois amigos fizeram sumo de laranja usando sumo concentrado e água. A Inês usou um copo de concentrado para três de água e o Paulo usou um copo de concentrado para três copos e meio de água. Qual dos dois sumos sabe mais a laranja?	

Em Matemática usa-se o termo **razão** para descrever o género de situação apresentada.
Uma razão é uma forma de comparação.

Inês: usou água e concentrado na razão de 3 para 1.

Escreve-se 3 : 1 ou $\frac{3}{1}$

Paulo: usou água e concentrado na razão 3,5 para 1.

Escreve-se 3,5 : 1 ou $\frac{3,5}{1}$

Termos $\frac{3}{1}$ → Antecedente; $\frac{3}{1}$ → Consequente

A ordem pela qual se referem os termos é muito importante.

Inês: usou concentrado e água na razão de 1 para 3.

Escreve-se 3 : 1 ou $\frac{1}{3}$

Razões equivalentes

O Pedro, amigo da Inês e do Paulo, também fez sumo de laranja e usou dois copos de concentrado e seis de água.
Qual sabe mais a laranja, o sumo do Pedro ou o sumo da Inês?

Pedro: usou água e concentrado na razão de 6 para 2.

Escreve-se 6: 2 ou $\frac{6}{2}$

As razões 3 : 1 e 6 : 2 são equivalentes.

Razões e Unidades

- **Razões entre grandezas da mesma espécie**

Para fazer doce de morangos, a Cláudia usou 750 g de açúcar e 2 kg de morangos. Qual a razão de açúcar e morangos que a Cláudia usou?	

A Cláudia usou açúcar e morangos na razão de $\frac{0,75}{2}$ kg ou $\frac{750}{2000}$ g

- **Razões entre grandezas de espécies diferentes**

A Beatriz foi a uma consulta ao hospital. Durante o percurso percorreu 150 km no seu carro, no qual foram gastos 12 litros de combustível. Qual a razão entre a distância e o combustível consumido? O que significa essa razão?	

Resolução:

Razão = $\frac{150\ km}{12\ L}$ = 12,5 km / L

Razão = 12,5 km / L (lê-se: 12,5 km por litro)

Esta razão significa que por cada litro consumido foram percorridos em média 12,5 km.

A Beatriz efectuou este percurso em duas horas. Qual a razão entre a distância e o tempo gasto? O que significa essa razão?

Resolução:

Razão = $\frac{150\ km}{2\ h}$ = 70 km / h

Razão = 70 km / h (lê-se: 70 km por hora)

Esta razão significa que por cada hora foram percorridos em média 70 km.

Proporções

Proporções. Propriedade Fundamental Das Proporções

O Mário foi ao hipermercado comprar iogurtes líquidos, contendo esteróis vegetais, com o objectivo de reduzir o seu colesterol. Chegou à prateleira e deparou-se com duas marcas distintas a preços diferentes. A marca "A" era vendida em embalagens com 8 iogurtes e a marca "B" em embalagens com 12. Qual das marcas é mais barata?	 Marca "A" 6,4€	 Marca "B" 9,6€

Para responder à questão, o Mário calculou a razão PREÇO: QUANTIDADE.

Marca "A"	Marca "B"
$\frac{6,4}{8} = 0,8$ (preço de um preservativo)	$\frac{9,6}{12} = 0,8$ (preço de um preservativo)

As razões PREÇO: QUANTIDADES são iguais nos dois tipos.

Como as razões representam o mesmo número, escreve-se

$$\frac{6,4}{8} = \frac{9,6}{12}$$

(lê-se: 6,4 está para 8 assim como 9,6 está para 12)

Na escrita da proporção deve-se ter em conta que se um antecedente é o preço, o outro antecedente também tem de ser o preço.

UMA PROPORÇÃO É UMA IGUALDADE ENTRE RAZÕES

Numa proporção há quatro termos a considerar: os **meios** e os **extremos**.

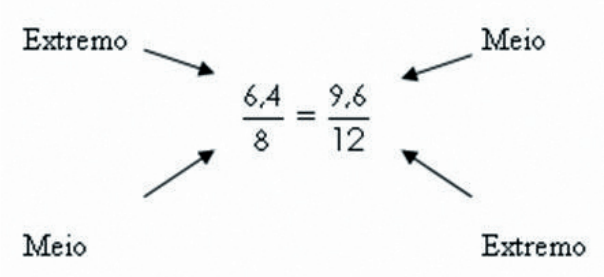
$\frac{6,4}{8} = 6,4 : 8$; $\frac{9,6}{12} = 9,6 : 12$

A proporção $\frac{6,4}{8} = \frac{9,6}{12}$ também pode ser representada por:

$$6,4 : 8 = 9,6 : 12$$

Meios

Extremos



Multiplicando os meios e os extremos obtém-se o mesmo número:

$$6,4 \times 12 = 9,6 \times 8$$

$$76,8 = 76,8$$

A esta propriedade chama-se propriedade fundamental das proporções.

NUMA PROPORÇÃO, O PRODUTO DOS MEIOS É IGUAL AO PRODUTO DOS EXTREMOS.

Da mesma forma que:

Numa Proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Regras das proporções:

Numa Proporção, um meio é o quociente do produto dos extremos pelo outro meio.

$$\frac{3}{1,5} = \frac{9}{4,5} \rightarrow 1,5 = \frac{3 \times 4,5}{9}$$

Numa Proporção, um extremo é o quociente do produto dos meios pelo outro extremo.

$$\frac{3}{1,5} = \frac{9}{4,5} \rightarrow 3 = \frac{1,5 \times 9}{4,5}$$

Vamos ver o seguinte exemplo:

O Mário acabou por comprar a marca "A", na qual a embalagem continha 8 iogurtes com 125g cada um.
O Mário, muito curioso, quando chegou a casa foi ver a informação nutricional da embalagem, que se encontra presente na seguinte tabela, para saber o valor energético e a quantidade de proteínas presentes em cada iogurte.

Informação Nutricional	Valor médio por 100 g
Valor energético	68 kcal (286 kj)
Proteínas	3,2 g
Hidratos de Carbono	11,2 g
Lípidos	1,1 g
Cálcio	120 mg

O Mário sabe que em cada 100g existem 68 kcal, mas quantas haverá em 125g?

Resolução:

$\frac{100\ g}{68\ kcal} = \frac{125\ g}{Xkcal}$ (Aplicar a regra das proporções para calcular o valor de X)

$X = \frac{125 \times 68}{100} \Leftrightarrow X = 85\ kcal$ (Em 125g existem 85 kcal)

E as proteínas?

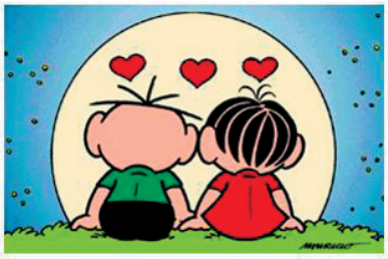
O Mário sabe que em cada 100g existem 3,2g, mas quantas haverá em 125g?

Resolução:

$\frac{100\ g}{3,2\ g} = \frac{125\ g}{Xgl}$ (Aplicar a regra das proporções para calcular o valor de X)

$X = \frac{125 \times 3,2}{100} <\ >\ X = 4\ g$ (Em 125g existem 4g de proteínas)

Proporcionalidade Directa



O João e a Júlia são namorados há sensivelmente 5 meses. Ultimamente têm conversado bastante sobre o início das suas actividades sexuais, para isso trataram de se informar sobre métodos de contracepção de modo a evitar uma gravidez indesejada, mas mais ainda uma doença sexualmente transmissível. O método de contracepção que se adequa mais à situação deles é o uso contínuo do preservativo. Assim sendo, o João deslocou-se à farmácia mais próxima para comprar preservativos e deparou-se com a seguinte tabela de preços.

Quantidade de preservativos	0	2	3	4	5	6
Preço	0€	4 €	6 €	8 €	10 €	12 €

Qual a razão entre os vários preços e as quantidades de preservativos? O que significa?

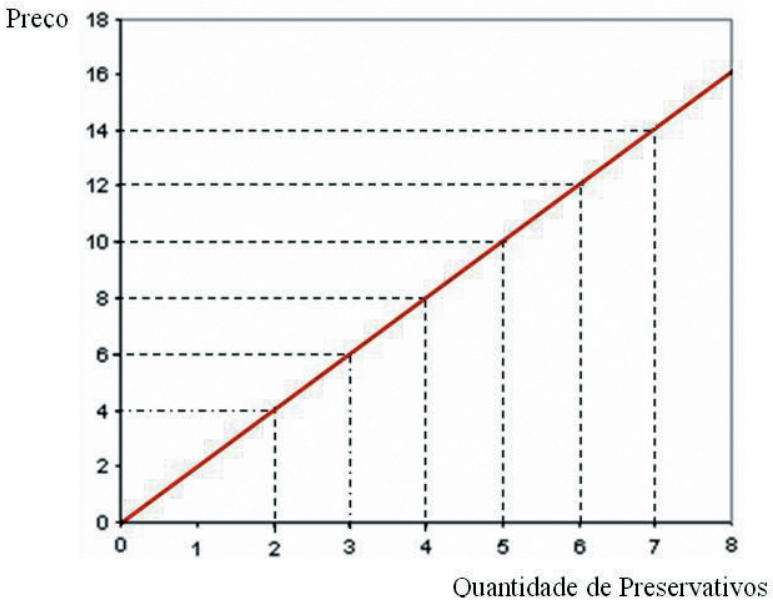
Resolução:

Razão = $\frac{4}{2}$ = 2
Razão = $\frac{6}{3}$ = 2
Razão = $\frac{4}{8}$ = 2
Razão = $\frac{5}{10}$ = 2
Razão = $\frac{6}{12}$ = 2

Esta razão significa que cada preservativo custa 2 €

Podes verificar que a razão entre a quantidade de preservativos e o preço é sempre a mesma.

Vamos utilizar os valores do quadro num sistema de dois eixos (sistema cartesiano).



Como podemos comprovar aparece-nos como representação uma recta que passa pela origem dos eixos.

Através da análise do gráfico verificamos que as duas grandezas aumentam de uma forma proporcional, ou seja, à medida que aumenta a quantidade aumenta simultaneamente e em igual proporção o preço.

Quando isto acontece dizemos que as duas grandezas (*preço e quantidade*) são *directamente proporcionais*, e ao valor **2** (razão) chamaremos *constante de proporcionalidade*.

Se as duas grandezas são directamente proporcionais então:

$\frac{A}{B}$ = constante , ou seja, $\frac{\text{preço}}{\text{quantidade}}$ = valor constante $\rightarrow$ $\frac{4}{2} = 2$

A = B constante , ou seja, preço = qualidade x 2 $\rightarrow$ 4 = 2 x 2

$B = \frac{A}{\text{constante}}$, ou seja, qualidade = $\frac{\text{preço}}{2}$ $\rightarrow$ $2 = \frac{4}{2}$

No caso da proporcionalidade directa, o quociente entre as duas grandezas é constante, mas existe outro tipo de proporcionalidade: a proporcionalidade inversa onde é constante o produto das duas grandezas.

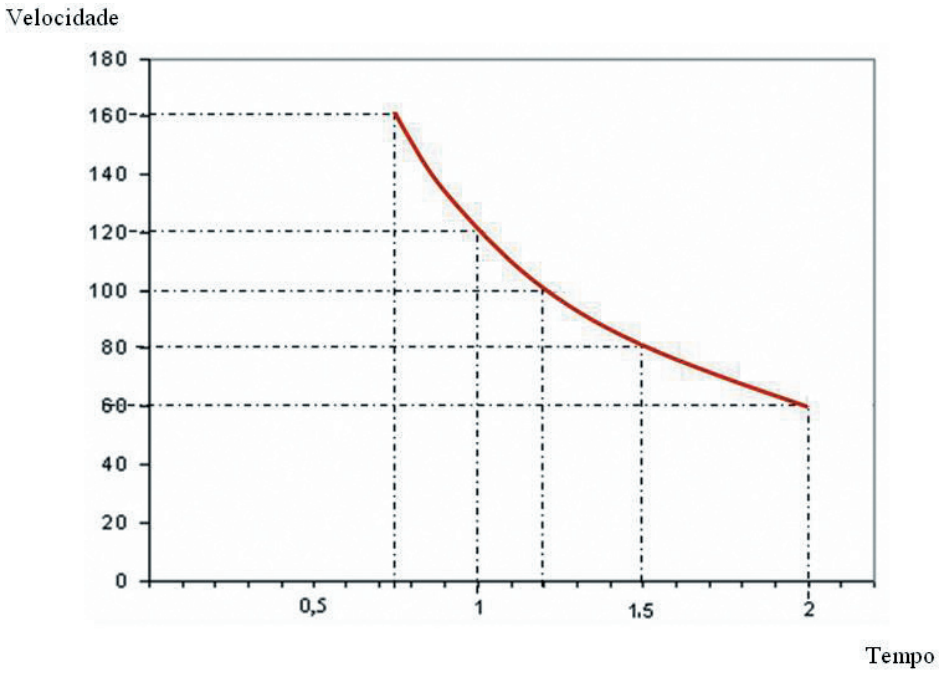
Proporcionalidade Inversa

Vamos ver o seguinte exemplo:

Numa dada localidade ocorreu recentemente o fecho das urgências ficando, neste momento, esta população, com a urgência mais próxima a 120 km de distância.
A seguinte tabela mostra a relação entre a velocidade e o tempo numa viagem de uma localidade para a outra.

Velocidade (Km/h)	160	120	100	80	60
Tempo (horas)	0,75	1	1,2	1,5	2

Uma vez mais, vamos utilizar os valores da tabela num sistema de dois eixos.



Se na *proporcionalidade directa* as duas grandezas aumentam de uma forma proporcional, na *proporcionalidade inversa*, e como se pode observar pelo exemplo anterior, esta situação não se observa, verifica-se sim que as duas grandezas são inversas, ou seja, à medida que aumenta o tempo, diminui a velocidade e vice-versa.

Se as duas grandezas são inversamente proporcionais então:

A x B constante , ou seja, velocidade x tempo = 120 $\rightarrow$ 4 = 2 x 2

$A = \frac{\text{constante}}{B}$, ou seja, velocidade $= \frac{120}{\text{tempo}} \rightarrow 160 = \frac{120}{0,75}$

$B = \frac{\text{constante}}{A}$, ou seja, tempo $= \frac{120}{\text{velocidade}} \rightarrow 0,75 = \frac{120}{160}$

Regra de 3 Simples

A resolução de um problema onde se utiliza o raciocínio proporcional pode também ser conseguida através do método de uma "Regra de Três Simples".
A regra de três simples é uma forma muito fácil de resolver várias situações problemáticas em diferentes contextos de vida, sendo esta de fácil interpretação e aplicação.

Vamos ver o seguinte exemplo:

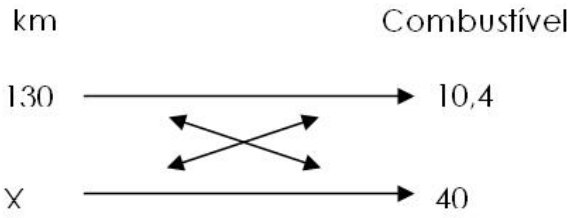
A Mariana está grávida, e sempre que tem uma consulta faz um percurso de ida e volta de 130 km. Durante este percurso o carro gasta 10,4 litros de combustível.

1. O depósito de combustível do carro leva 40 litros, quantos quilómetros fará com um depósito?
2. Quantos litros gasta o carro da Mariana em 100 km?

1. **Resolução**:

Nós sabemos que em 130 km o carro gasta 10,4 litros.
Quantos quilómetros fará com 40 litros?

Método da Regra de Três Simples:



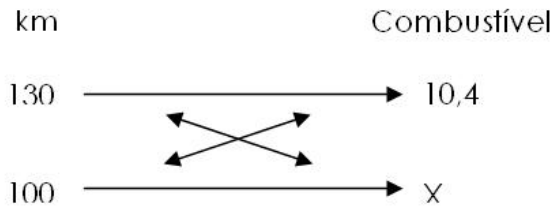
$$X = \frac{130 \times 40}{10,4} <=> X = 500 \text{ km}$$

Nunca esquecer que os valores com unidades iguais têm obrigatoriamente de estar no mesmo lado.

O carro da Mariana fará 500 km com 40 litros de combustível.

2. Resolução:

Nós sabemos que em 130 km o carro gasta 10,4 litros
Em 100 km quantos litros gastará?



$$X = \frac{100 \times 10,4}{130} < > X = 6 \text{ litros}$$

O carro da Mariana em 100 km gasta 8 litros de combustível.

Números – Introdução sobre a origem dos números

Muitas vezes já usou os números, mas será que já parou para pensar sobre:

a. O modo como surgiram?
b. Como foram as primeiras formas de contagem?
c. Como os números foram criados, ou, será que eles sempre existiram?

Para descobrir a origem dos números, precisamos de estudar um pouco da história humana e entender os motivos religiosos desses criadores. Na verdade, desconhecemos qualquer outro motivo que tenha gerado os números.

Os historiadores são auxiliados por diversas descobertas, como o estudo das ruínas de antigas civilizações, estudos de fósseis, o estudo da linguagem escrita e a avaliação do comportamento de diversos grupos étnicos desde o princípio dos tempos.

Olhando ao redor, observamos a grande presença dos números. Quanto mais voltarmos na história, veremos que menor é a presença dos números.

O Início do processo de contagem

Os homens primitivos não tinham necessidade de contar, pois o que necessitavam para a sua sobrevivência era retirado da própria natureza. A necessidade de contar começou com o desenvolvimento das actividades humanas, quando o homem foi deixando de ser pescador e colector de alimentos para fixar-se no solo.

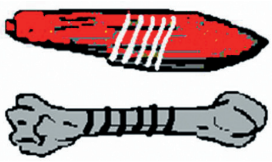
O homem começou a plantar, produzir alimentos, construir casas, protecções, fortificações e domesticar animais, usando os mesmos para obter a lã e o leite, tornando-se criador de animais domésticos, o que trouxe profundas modificações na vida humana.

As primeiras formas de agricultura de que se tem notícia, foram criadas há cerca de dez mil anos na região que hoje é denominada Médio Oriente.

A agricultura passou então a exigir o conhecimento do tempo, das estações do ano e das fases da lua e assim começaram a surgir as primeiras formas de calendário.

No pastoreio, o pastor usava várias formas para controlar o seu rebanho. Pela manhã, soltava os seus carneiros e analisava ao final da tarde, se algum tinha sido roubado, fugido, ou se tinha perdido do rebanho ou se havia sido acrescentado um novo carneiro ao rebanho. Assim eles tinham a correspondência um a um, onde cada carneiro correspondia a uma pedrinha que era armazenada num saco.
No caso das pedrinhas, cada animal que saia para o pasto de manhã correspondia a uma pedra que era guardada num saco de couro. No final do dia, quando os animais voltavam do pasto, era feita a correspondência inversa, onde, para cada animal que retornava, era retirada uma pedra do saco. Se no final do dia sobrasse alguma pedra, é porque faltava algum dos animais e se algum fosse acrescentado ao rebanho, era só acrescentar mais uma pedra. A palavra que usamos hoje, cálculo, é derivada da palavra latina *calcules*, que significa pedrinha.

A correspondência unidade a unidade não era feita somente com pedras, mas eram usados também nós em cordas, marcas nas paredes, talhes em ossos, desenhos nas cavernas e outros tipos de marcação.



Os talhes nas barras de madeira, que eram usados para marcar quantidades, continuaram a ser usados até o século XVIII na Inglaterra. A palavra *talhe* significa corte. Hoje em dia, usamos ainda a correspondência unidade a unidade.

Os números fazem parte da nossa vida, desde os aspectos mais simples aos mais complexos.

Enquanto crianças começamos a contar objectos: 1, 2, 3, ….
Designamos estes números como números naturais e representamo-los por $\mathbb{N}$.
Assim, $\mathbb{N}$= {1, 2, 3,...}

Os números inteiros relativos representam-se por $\mathbb{Z}$.
Assim, $\mathbb{Z}$ = {..., -3, -2, -1, 0 ,1, 2, 3,...}

Por que razão apareceram os números inteiros relativos? Em várias situações do quotidiano deparamo-nos com este tipo de números, o exemplo mais flagrante é a variação de temperaturas numa determinada localidade ao longo do ano. Vejamos na tabela seguinte:

Observando a tabela, podemos saber as temperaturas mínimas registadas, entre os anos de 1931 e 1960, na cidade de Elvas.

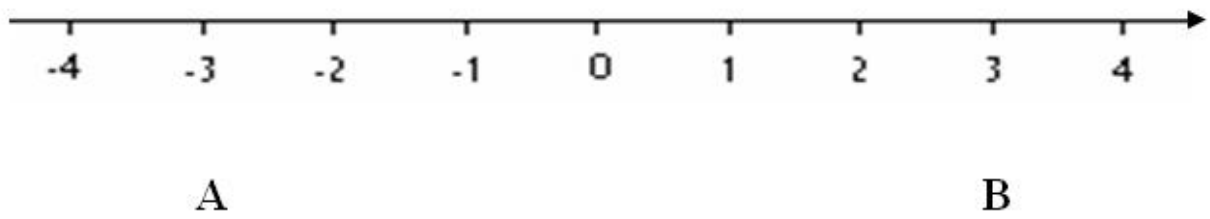
Mês	Temperatura mínima do ar
Janeiro	-6
Fevereiro	-7
Março	-3
Abril	0
Maio	+1
Junho	+6
Julho	+8
Agosto	+6
Setembro	+5
Outubro	-2
Novembro	-3
Dezembro	-7

Por exemplo, em Janeiro a temperatura atingiu -6º (6º abaixo de zero, ou seja, 6º negativos).

Para medir temperaturas, tomamos como ponto de referência a temperatura de congelação da água, a que foi atribuído o valor 0º.

Assim, todas as temperaturas superiores a esta dizem-se positivas; as inferiores dizem-se negativas.

Números simétricos e valor absoluto



O ponto A dista da origem 3 unidades e o ponto B também dista da origem 3 unidades, dizemos então que A e B são simétricos em relação à origem e que **-3** e **3** são **números simétricos**.

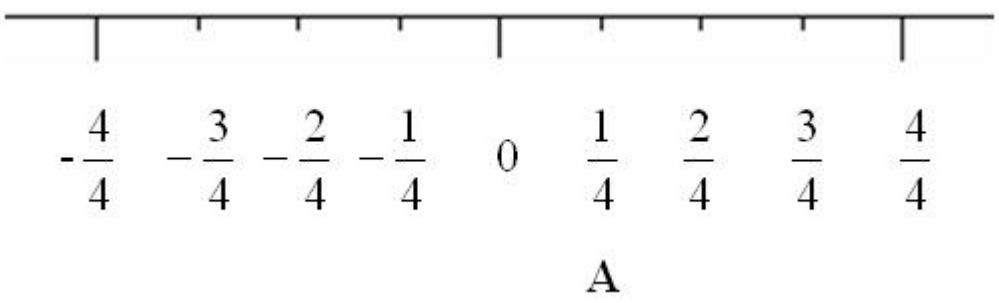
À distância de um ponto à origem chamamos **valor absoluto**, ou **módulo**, do número correspondente a esse ponto.

Dois números diferentes são **simétricos** quando têm o mesmo valor absoluto.
|-4| = |4|, |-12| = |12|

Se ao conjunto dos inteiros juntarmos os números fraccionários, obtemos o conjunto dos números racionais, que se representa por $\mathbb{Q}$.

$\mathbb{Q}$= { *números racionais* } = $\mathbb{Z}$ $\cup$ { *números fraccionários* }.

Números fraccionários



Entre dois quaisquer pontos correspondentes a números inteiros consecutivos existem muitos outros que não correspondem a números inteiros. Por exemplo, quais serão as abcissas dos pontos que resultam da divisão, em partes iguais, de segmento de recta orientada?

Qual é a abcissa do ponto **A**?

O ponto **A** situa-se à direita da origem e a um distância desta correspondente à quarta parte da unidade.

Surgem-nos, assim, os números fraccionários relativos. Os números fraccionários relativos são números, positivos ou negativos, que não são inteiros e que se podem escrever na forma de uma fracção de termos inteiros.

Repara que:

$0,(6) = \frac{2}{3}$ portanto $-0,(6) = -\frac{2}{3}$

$0,(2) = \frac{2}{10}$ portanto $-0,(2) = -\frac{2}{10}$

$1,(3) = \frac{4}{3}$ portanto $-1,(3) = -\frac{4}{3}$

Estes são exemplos de números fraccionários.
Para determinarmos a dízima representativa de um número racional, é preciso escrever o número na forma de fracção e dividir o numerador pelo denominador.

$\frac{1}{4} = 0,25$ $\frac{7}{5} = 1,4$ $\frac{5}{8} = 0,625$

Mas, a dízima nem sempre é finita.

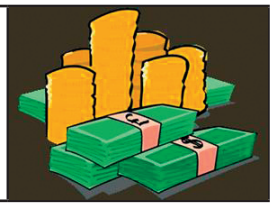
$\frac{1}{3} = 0,33... = 0,(3)$ Ao determinarmos a dízima representativa de $\frac{1}{3}$ verificamos que a dízima é infinita, mas periódica e o período é 3.

$\frac{16}{11} = 1,4545... = 1,(45)$

No caso de $\frac{16}{11}$, a dízima é também infinita periódica e o período é 45.

Em suma: Qualquer número racional pode ser representado na forma de fracção de termos inteiros (com denominador diferente de zero), ou na forma de dízima (finita ou infinita periódica).

O Manuel esteve a fazer a partilha da herança dos pais juntamente com os seus 3 irmãos. Que parte da herança vai receber cada um?



A quarta parte da herança ou um quarto da herança: $\frac{1}{4}$ ou 1 : 4

$\frac{1}{4}$ é o quociente exacto de 1 por 4.

Esta quantidade não representa um número inteiro; é um número fraccionário que se representa pela fracção $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ → **Numerador** – representa o dividendo

$\frac{1}{4}$ → **Denominador** – representa o divisor

O numerador e o denominador são os **termos** a fracção.
A herança é representada pela unidade.
O denominador representa o número de partes iguais em que se divide a herança.
O numerador representa o número de partes que estão a ser consideradas.

Como $\frac{1}{4}$ = 0,25, o resultado de um quarto pode ser representado por:

Uma Fracção $\frac{1}{4}$	ou	Um número decimal 0,25

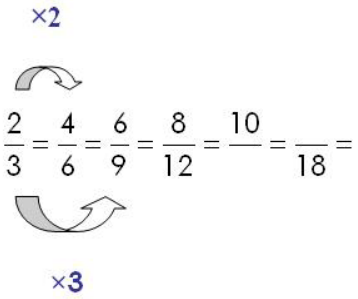
<u>Número Primo</u> um número é primo quando é inteiro positivo, distinto de 0 e 1 e que unicamente se pode dividir por si mesmo e por 1 para dar uma solução exacta.

<u>Decomposição em factores primos</u>

Todos os números inteiros podem ser escritos na forma de um produto de números primos, ou seja, todos os números inteiros admitem uma decomposição em factores primos. Como fazer esta decomposição? Bastará dividir sucessivamente por números primos, até obter o quociente 1.

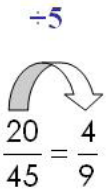
PROPRIEDADES E REGRAS DAS FRACÇÕES

Fracções Equivalentes representam o mesmo número:



Se multiplicarmos os dois termos de uma fracção **pelo mesmo número**, diferente de zero, obtemos uma fracção equivalente à fracção dada.

Vamos simplificar:



Se dividirmos os dois termos de uma fracção **pelo mesmo número**, diferente de zero, obtemos uma fracção equivalente à fracção dada.

Uma fracção diz-se irredutível se não se pode simplificar

Fracções Equivalentes representam o mesmo número

Adição e Subtracção de Fracções

As fracções $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{3}$ têm denominadores diferentes.

Como calcular a soma $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$?

Determina-se o mínimo múltiplo comum entre os denominadores, ou seja
m.m.c. (3,5) = 15

Sabendo que fracções equivalentes representam o mesmo número, basta aplicar o princípio da equivalência das fracções:

$$\frac{2}{5} \overset{\times 3}{=} \frac{6}{15} \qquad \frac{1}{3} \overset{\times 5}{=} \frac{5}{15}$$

Portanto: $$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$$

Multiplicação de Fracções

Para multiplicar fracções, basta multiplicar os numeradores e multiplicar os denominadores:

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}$$

Divisão de Fracções

Para dividir fracções, **inverte-se** a **segunda** fracção e a **divisão passa a ser multiplicação**.

Vejamos: $$\frac{5}{7} \div \frac{6}{15} = \frac{5}{7} \times \frac{15}{6} = \frac{5 \times 15}{7 \times 6} = \frac{75}{42}$$

Números irracionais

Números irracionais são números que não podem ser representados na forma de fracção de termos inteiros, ou seja, na forma de dízima finita, ou infinita periódica.

Exemplos de números racionais: $\sqrt{2}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{3}$ π e 0,131131113111113.

Ao conjunto formado pelos números racionais e irracionais chamamos **conjunto dos números reais**, que se designa por **Números irracionais**.
Números irracionais são números que não podem ser representados na forma de fracção de termos inteiros, ou seja, na forma de dízima finita, ou infinita periódica.

Exemplos de números racionais: $\sqrt{2}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{3}$ π e 0,131131113111113.

Ao conjunto formado pelos números racionais e irracionais chamamos **conjunto dos números reais**, que se designa por $\Re$

PERCENTAGENS

A percentagem (%) é um dos conceitos matemáticos mais usados no dia-a-dia.
A palavra percentagem significa **por cento** ou uma **parte de cem**.

Percentagem é uma medida de razão com base 100. É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre 2 valores a partir de uma **fracção** cujo denominador é 100.

Dizer que algo é "70%" de X, significa dizer que é equivalente a 70 elementos num conjunto de 100 elementos, ou seja, que a razão é a divisão:

$$\frac{70}{100} = 0{,}7 \text{ para } 1 \text{ , ou seja, a } 0{,}7^{a} \text{ parte de } 1.$$

Outros exemplos:

22 %, significa 22 de 100 ——— $\frac{22}{100} = 0{,}22$ de 1

50%, significa 50 de 100 ——— $\frac{50}{100} = 0{,}50$ de 1

É muito frequente o uso de expressões que reflectem acréscimos ou reduções em preços, números ou quantidades, tendo sempre como base 100 unidades. Alguns exemplos:

- A gasolina teve um aumento de 2%.

Significa que em cada 100 € houve um aumento de 2 euros, ou em cada 1 €, houve um aumento de 2 cêntimos.

- Em Portugal calcula-se que entre 20 a 26% da população fuma.

Significa que 20 a 26 pessoas fumam num universo de 100.

- Da totalidade dos cancros, estimam-se que 25 a 30% estão relacionados com o tabaco.

Significa que em cada 100 pessoas que morrem de cancro, 25 a 30 mortes estão relacionadas com o tabaco.

Na vida do dia-a-dia surgem problemas onde:

a) se conhece o valor inicial e a percentagem e pretende-se saber o valor final;
b) se conhece a percentagem e o valor final e se pretende saber o valor inicial;
c) se conhecem os valores inicial e final e se pretende saber a percentagem.

Vamos então ver alguns exemplos de aplicação.

• A Joana foi comprar uns produtos naturais de modo a aumentar a sua concentração na época de exames.
Os produtos custavam, a preço normal, 60 € e estavam com 15% de desconto. Quanto pagou a Joana?

Resolução:

15 % = 15/100 = 0,15

15 % de 60 € = 60 x 0,15 = 9 (9 € é o desconto)

60 € – 9 € = 51 € (valor que a Joana pagou)

Ou

100% - 15 % = 85% (percentagem que a Joana teve de pagar)

85% de 60 € = 60 x 0,85 = 51 € (valor que a Joana pagou)

• Após cumprimento rigoroso da receita médica, a Lurdes conseguiu emagrecer 20% do seu peso inicial. Sabendo que neste momento a Lurdes pesa 88 kg, qual o seu peso inicial?

Resolução:
Se emagreceu 20%, quer dizer que neste momento a Lurdes tem 80% do seu peso inicial.
Seja P o peso inicial da Lurdes, então:

P x 0,8 = 88
P = 88 / 0,8
P = 110 kg

Ou

Usando uma regra de três simples,

88 corresponde → 80%

P corresponde → 100%

P = (88 x 100) / 80 = 110 kg

• O António quer comprar uma **Bicicleta Elíptica** para oferecer à sua esposa no aniversário.
Observe os dados da figura ao lado e calcule a percentagem de desconto.

Resolução:
359 € - 305,15 € = 53,85 € (valor do desconto em euros)

Seja D a percentagem do desconto, então:

D x 359 = 53,85
D = 53,85 / 359
D = 0,15 ⟶ 15 %

A percentagem do desconto foi de 15%

Ou

Usando uma regra de três simples,

359,00 € corresponde 100%

53,85 € corresponde D

D = (53,85 x 100) / 359 = 15 %

A percentagem do desconto foi de 15%

Escalas

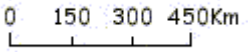
Na representação de uma determinada superfície ou objecto sobre uma folha de papel, usa-se o Princípio da Proporcionalidade entre os lados iguais das figuras semelhantes.

Denomina-se por escala a relação matemática existente entre o comprimento de uma linha medida na planta (d) e o comprimento da mesma medida no terreno (D).

$$Escala = \frac{d}{D} = \frac{1}{N} = constante$$

Onde: N = factor entre a grandeza gráfica e sua homóloga no terreno.

As escalas podem ser:

Escalas numéricas, que se apresentam sob a forma de uma razão de antecedente 1		
1: 150 000 ou	$\frac{1}{150000}$	Isto significa que **1 cm** no mapa corresponde a **150000cm** na realidade
Escalas gráficas		
		Isto significa que **3 cm** no mapa correspondem a **450 Km**, ou **1 cm** a **150Km**

Quanto maior for o denominador da relação 1/N, tanto menor será a escala e menor o desenho.

Classificação das escalas

- **Escala de redução**

Quando as dimensões do desenho (d) são menores que as dimensões reais do terreno ou objecto original (D): **(d < D)**

$$Escala = \frac{d}{D} = constante < 1$$

• **Escala de ampliação**

Quando as dimensões do desenho (d) são maiores que as dimensões reias do terreno ou objecto original (D): **(d > D)**

$$Escala = \frac{d}{D} = constante > 1$$

• **Escala normal**

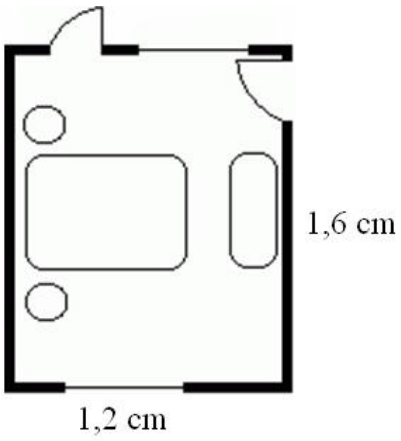
Quando as dimensões do modelo (d) são iguais às dimensões homólogas do objecto original (D): **(d = D)**

$$Escala = \frac{d}{D} = constante = 1$$

Vamos ver os seguinte exemplos:

• A seguinte figura representa a planta de um quarto de uma casa e desenhada a uma escala de $\frac{1}{250}$

Qual o comprimento real do quarto?



Resolução:

A partir da escala $\frac{1}{250}$ sabemos que 1 cm no desenho corresponde a 250 cm na relidade.

Se o quarto tem 1,6 cm no desenho, qual a dimensão real?

Facilmente podemos resolver esta situação problemática utilizando uma proporção, ou seja:

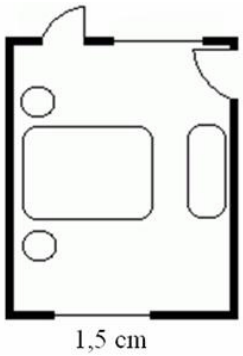
Se $\frac{1}{250}$ então $\frac{1,6}{x}$, colocando isto em forma numa proporção fica que:

$\frac{1}{250} = \frac{1,6}{x}$ (resolvendo em ordem a x)

$$x = \frac{1,6 \times 250}{1} \Leftrightarrow x = 400$$

Assim sendo, perante a escala e os dados da planta nós sabemos que na realidade o quarto terá de comprimento 400cm, ou seja, 4m.

• Supondo que o quarto mede na realidade 3 m de comprimento e que na planta está representado por 1,5 cm, qual a escala a que está representada a planta?



Resolução:

A definição de escala indica-nos que esta é uma proporção entre as dimensões no desenho sobre as dimensões reais, assim sendo, nós podemos dizer que:

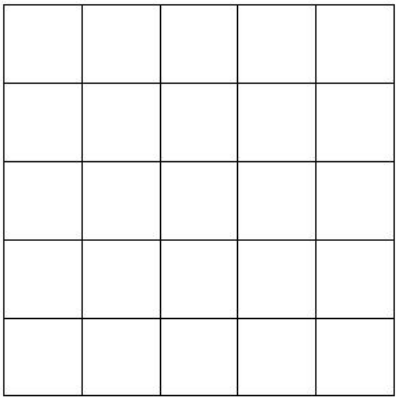
1,5 cm está para 300 cm (3m) $\frac{1,5}{300}$ assim como 1 cm está para x, $\frac{1}{x}$, ou seja:

$\frac{1,5}{300} = \frac{1}{x}$ (resolvendo em ordem a x)

$x = \frac{300 \times 1}{1,5} \Leftrightarrow x = 200$ (substituindo o valor de x na razão $\frac{1}{x}$ fica $\frac{1}{200}$)

Logo, a escala a que está feito o desenho é $\frac{1}{200}$

Potências e Raízes



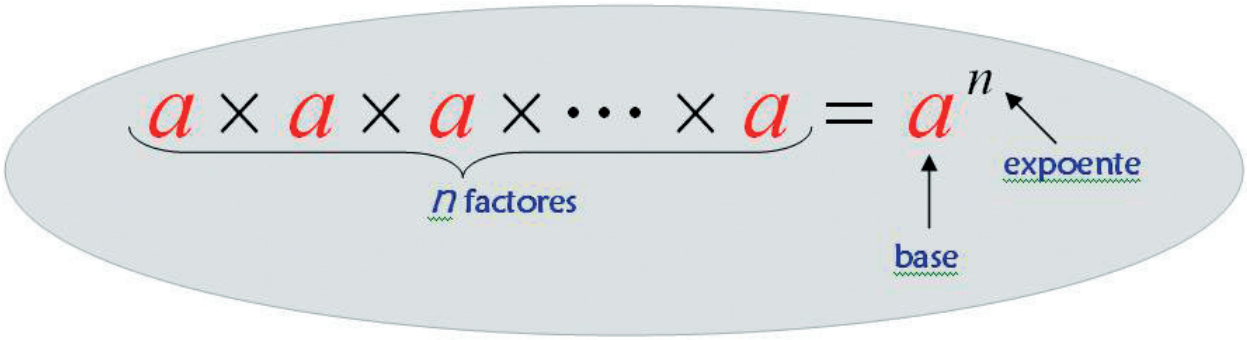
Quantos quadrados pequenos formam o quadrado maior?

A resposta a esta questão pode ser dada na forma de potência:

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

Então e o que é uma potência?

Uma potência define-se como uma representação de um número sob a forma de $\mathbf{a}^{\mathbf{n}}$, onde **a** e **n** são números inteiros. Nesta representação, **a** é chamada base e o **n** é o expoente.



Sinal de potência

A potência de um número positivo é um número positivo.

Exemplo:

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$4^2 = 4 \times 4 = 16$

A potência de um número negativo é:

- Um número positivo se o expoente é par;

Exemplo:

$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

$(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$

- Um número negativo se o expoente é ímpar;

Exemplo:

$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

Regras das Potências

Para multiplicar potências com a mesma base e expoentes diferentes, mantém-se a base e somam-se os expoentes.

Exemplo: $5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$

Para dividir potências com a mesma base e expoentes diferentes, mantém-se a base e subtraem-se os expoentes.

Exemplo: $5^5 : 5^3 = 5^{5-3} = 5^2$

Para multiplicar potências com o <u>mesmo expoente</u> e bases diferentes, mantém-se o expoente e multiplicam-se as bases.

Exemplo: $2^5 \times 3^5 = 6^5$

Para dividir potências com o <u>mesmo expoente</u> e bases diferentes, mantém-se o expoente e dividem-se as bases.

Exemplo: $10^5 : 5^5 = 2^5$

Para calcular uma <u>potência de potência</u>, mantém-se a base e multiplicam-se os expoentes.

Exemplo: $(6^5)^2 = 6^{10}$

Qualquer potência de base diferente de zero e expoente nulo, o resultado é igual a 1.

Exemplo: $a^0 = 1, a \neq 0$

Para transformar uma potência de expoente inteiro negativo, numa potência de expoente inteiro positivo, <u>inverte-se a base e troca-se o sinal do expoente</u>.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} \qquad a \neq 0, b \neq 0$$

<u>Observe que:</u>

Na adição e subtracção não existem regras, usa-se a definição de potência.

Potência de base 10

Como escrever 22 Milhões com potências de base 10?

De modo a ajudar-nos a responder a esta questão, vamos analisar a seguinte tabela:

Extenso	Numeral	Potência de base dez
Dez	10	101
Cem	100	102
Mil	1 000	103
Dez Mil	10 000	104
Cem Mil	100 000	105
Um Milhão	1 000 000	106

Logo, se 22 milhões são vinte e duas vezes um milhão, então:

22 milhões	22 000 000	22 x 106

Segundo este raciocínio, como se escreverá 50 milhões?

E um miligrama (1 mg), como escrever em potência de base 10?

$$1\,mg = 0{,}001\,g = \frac{1}{1000}\,g = \frac{1}{10^3}\,g = 10^{-3}\,g$$

Logo, 1 mg são 10-3 g.

Então como se escreverá em potência de base 10 o valor 0,00001 g?

Multiplicar ou dividir por 10, 100, 1000, … é o mesmo que multiplicar ou dividir por 10^1, 10^2, 10^3, …, torna-se simples efectuar cálculos como, por exemplo:

2,7 x 10^3 = 2700 a vírgula deslocou-se três casas para a direita.

2,7 : 10^3 = 0,0027 a vírgula deslocou-se três casas para a esquerda.

Multiplicar ou dividir por 0,1, 0,01, 0,001, … é o mesmo que multiplicar por 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, … é simples efectuar os cálculos como, por exemplo:

3,2 x 10^{-3} = 0,0032 a vírgula deslocou-se três casas para a direita.

3,2 : 10^{-3} = 3200 a vírgula deslocou-se três casas para a esquerda.

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

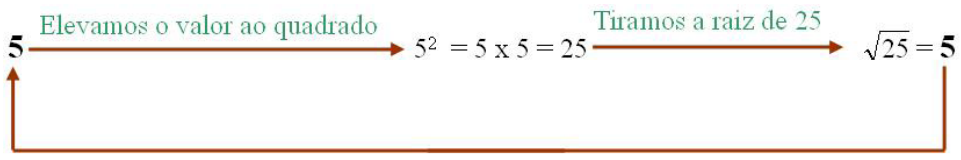
RADICIAÇÃO

A radiciação é a operação inversa da potenciação.

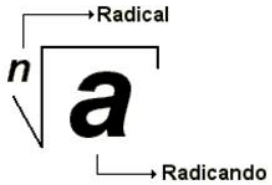
Por exemplo, se elevarmos um número X ao quadrado e depois tirarmos a raiz quadrada do resultado, voltamos ao número X.

Vamos ver o seguinte exemplo:

Se elevarmos 5 ao quadrado quanto é?



NOMENCLATURA:



Para facilitar as coisas, existe um meio de transformarmos uma raiz numa potência. Assim é muito mais fácil, pois podemos utilizar as mesmas propriedades de potenciação.

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

Notação Científica

A primeira tentativa conhecida de representar números demasiadamente extensos foi empreendida pelo matemático e filósofo grego **Arquimedes**. Ele desenvolveu um método de representação numérica para estimar quantos grãos de areia existiam no universo. O número estimado por ele foi de 1 • 1063 grãos.

(*www.wikipedia.org*)

A **notação científica** é uma forma abreviada de representar números, em especial muito grandes (100000000000) ou muito pequenos (0,00000000001).

(www.wikipedia.org)

Geralmente usa-se o seguinte formato:

N x 10^{x} onde **N** é um número maior do que 1, mas inferior a 10 e **x** é o exponente de 10.

As vantagens de usar a notação científica na representação de números são:

1. Para os números muito grandes ou muito pequenos poderem ser escritos de forma mais abreviada.
2. Tornam a sua percepção e os cálculos muito mais rápidos e fáceis.

Vamos agora aprender a utilizar a notação científica:

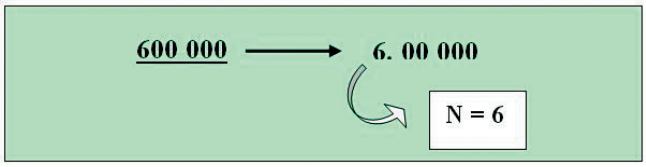
Números maiores que 10

1. Localiza-se a vírgula, se existir, ou então começa-se a contar a partir da casa das unidades para a esquerda de modo a ficar um algarismo inteiro à esquerda.

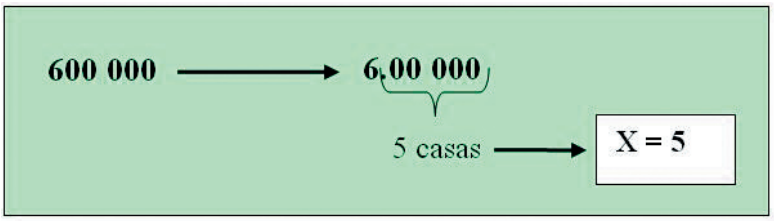
Seja o número 600 000

Começamos por contar a partir das casas das unidades para a esquerda até ao algarismo 6 e fica: 6.00 000

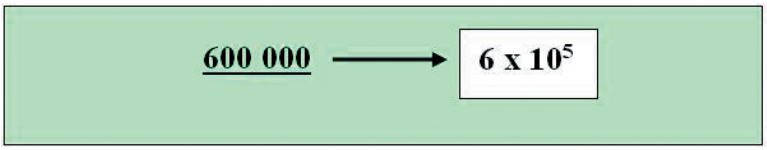
2. Esse número inteiro será o N (atrás referido) da expressão correspondente à notação científica.



3. Conta-se o número de casas que se andou para a esquerda e esse será o expoente de 10.



4. Assim obtemos o número escrito sob a forma: N x 10^x.



Vamos ao primeiro exemplo que pode seguir passo a passo

1. O Cérebro humano tem cerca de 1**00 milhares de milhões** de neurónios. Em notação científica como se representa?

• O melhor é começar por escrever o número em numerário:
100 milhares de milhões = 100 000 000 000
• Seguidamente começamos por contar as casas para a esquerda a partir das unidades até ao algarismo 1 e fica:
1.00 000 000 000
• Como o número de casas percorridas foram 11, o expoente encontrado será 11
• O produto será:

100 000 000 000 = 1 x 10 11

Nota: *O mesmo resultado também poderia ser apresentado na forma de:*

100 000 000 000 = *10 x* 10^{10}

100 000 000 000 = *100 x* 10^{9}

Como fazer quando os números são menores que 1?

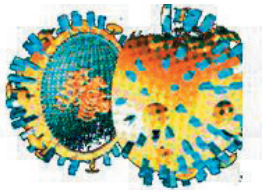
Vamos seguir exactamente os mesmos passos do item anterior.
Localiza-se a vírgula e desloca-se para a direita. Contam-se as casas decimais e o número de posições ou casas que deslocamos, a vírgula para a direita será o nosso *x* (expoente negativo de 10)

Convém recordar que uma potência de expoente negativo pode ser escrita com o uso de um expoente positivo.

Exemplo: 10^{-5} pode ser reescrito como $1/ 10^{5}$.

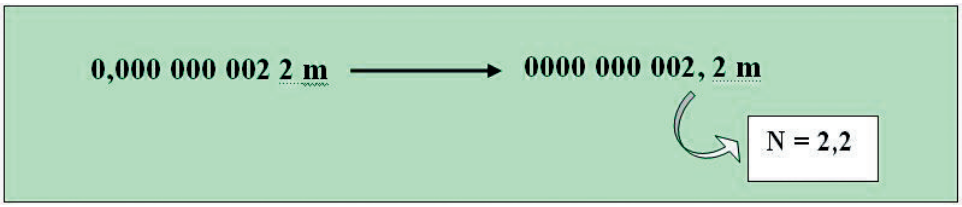
<u>Vamos então escrever um número muito pequeno em notação científica</u>.

O tamanho aproximado de um vírus da gripe é de:
0,000 000 002 2 m

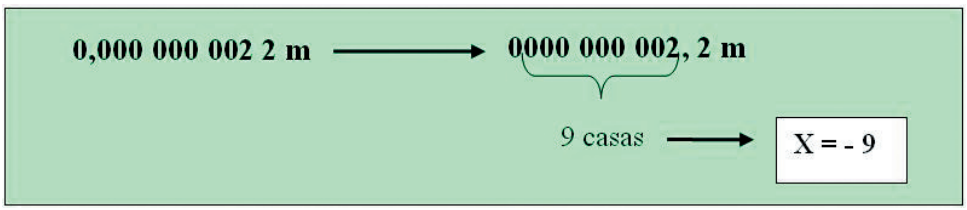


Como escrever este número usando a notação científica?

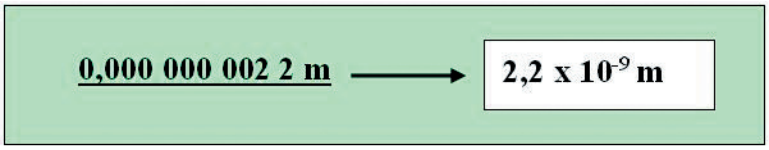
1. Primeiro vamos deslocar a vírgula de forma a termos uma parte inteira não nula e menor que 10:



2. Conta-se o número de casas que a vírgula andou para a direita, e esse será o expoente de 10. Atenção que o sinal deste expoente é negativo.



3. Assim obtemos o número escrito sob a forma: N x 10^{x}.



Sistema Métrico Decimal

Desde a Antiguidade, os povos foram criando as suas unidades de medida. Cada um deles possuía as suas próprias unidades-padrão. Com o desenvolvimento do comércio era cada vez mais difícil a troca de informações, bem como as negociações com tantas medidas diferentes. Era necessário que se adoptasse um padrão de medida único para cada grandeza (*http://www.somatematica.com.br*).

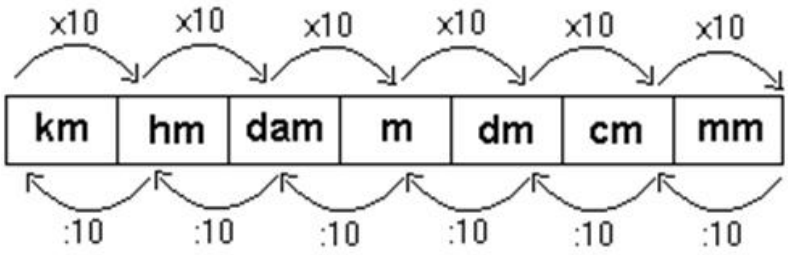
Foi assim que, em 1791, época da Revolução francesa, um grupo de representantes de vários países reuniu-se para discutir a adopção de um sistema único de medidas. Surgia o sistema métrico (*http://www.somatematica.com.br*).

Medidas de Comprimento

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
Quilómetro (km)	Hectómetro (hm)	Decâmetro (dam)	METRO (m)	Decímetro (dm)	Centímetro (cm)	Milímetro (mm)
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Transformação de Unidades

Na transformação de unidades é importante saber que **cada unidade é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior**, e/ou **10 vezes inferior que a unidade imediatamente superior**.



<u>Vamos ver os seguintes exemplos de aplicação</u>:

- 15,450 km quantos metros são?

Para transformar km em m devemos deslocar a vírgula 3 posições para a direita, ou multiplicar por 1000 (10 x 10 x 10).

15,450 km → 15450 m ou 15,450 x 100 = 15450 m
Ou seja: 15,450 km = 15450 m

• 1520 cm quantos hm são?
Para transformar cm em hm, devemos andar 4 casas para a esquerda, contanto sempre a partir da unidade, ou então dividir por 10000 (10 : 10 : 10 : 10)
1520 cm → 0,1520 hm ou 1520 cm : 10000 = 0,1540 hm
Ou seja: 1520 cm = 0,1520 hm

Medidas de Capacidade

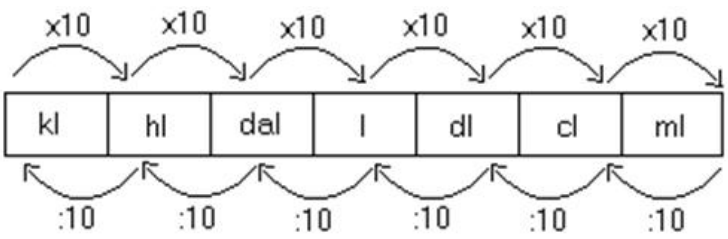
Capacidade é o volume interno de um recipiente, ou seja, a quantidade de um líquido é igual ao volume interno de um qualquer recipiente, isto porque quando enchemos um recipiente o líquido assume a forma do mesmo.

A unidade fundamental da medida de capacidade chama-se litro.

Litro é a capacidade de um cubo que tem 1dm de aresta.

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
Quilolitro (kl)	Hectolitro (hl)	Decalitro (dal)	Litro (l)	Decilitro (dl)	Centilitro (cl)	Mililitro (ml)
1000 l	100 l	10 l	1 l	0,1 l	0,01 l	0,001 l

Transformação de unidades
Uma vez mais devemos lembrar-nos que cada unidade é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior, ou 10 vezes inferior que a unidade imediatamente superior.



Vamos ver o seguinte exemplo:

- Uma garrafa de água de 1,5 litros quantos mililitros são?

kl	hl	dal	l	dl	cl	ml

Para transformar litro (l) para mililitro (ml) teremos que nos deslocar três posições para a direita, logo, devemos multiplicar por 1.000 (10 x 10 x 10).
1,5 x 1.000 = 1.500

Ou seja: 1,5 l = 1500 ml

Medidas de peso ou massa

Qual a diferença entre o peso ou massa?

Massa é a quantidade de matéria que um corpo possui, ou seja, é constante em qualquer lugar da terra ou fora dela.

O **Peso** de um corpo é a força com que esse corpo é atraído (gravidade) para o centro da terra. Varia de acordo com o local em que o corpo se encontra.

Por exemplo:

A massa do homem na Terra ou na Lua tem o mesmo valor, no entanto o peso é seis vezes maior na terra do que na lua, isto porque a gravidade terrestre é 6 vezes maior que a gravidade lunar.

Quilograma
A unidade fundamental de massa chama-se quilograma.

Curiosidade: O quilograma (Kg) é a massa de 1dm3 de água destilada à temperatura de 4ºC.

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
Tonelada (t)	Quintal (q)	Decaquilograma (dakg)	Quilograma (kg)	Hectograma (hg)	Decagrama (dag)	Grama (g)
1000 kg	100 kg	10 kg	1 kg	0,1 kg	0,01 kg	0,001 kg

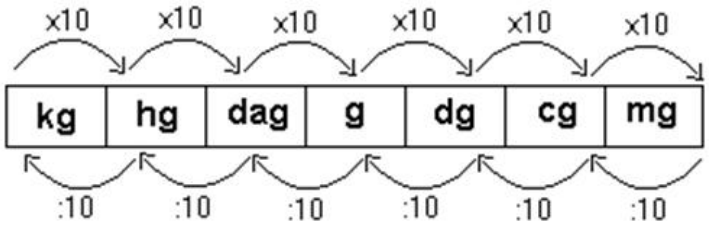
Observação: A palavra grama, é um substantivo masculino. Assim 200g, lê-se "**duzentos gramas**".

Grama (g)	Decigrama (dg)	Centigrama (cg)	Miligrama (ml)
1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Estas medidas são consideradas os submúltiplos do grama.
São muito usadas em laboratórios, ourivesarias, farmácias, entre outros.

Transformação de Unidades

Cada unidade de massa é 10 vezes maior que a unidade imediatamente inferior.



Vamos ver o seguinte exemplo:

- 1,235 kg quantos decigramas são?

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

Para transformar kg em dg (**quatro posições à direita**) devemos **multiplicar por 10000** (10 x 10 x 10 x 10).

1,235 x 10000 = 12350

Ou seja: 1,235 kg = 12350 dg

Observação: Peso bruto: peso do produto com a embalagem.
Peso líquido: peso somente do produto.

Medidas de superfície

As medidas de superfície fazem parte de nosso dia-a-dia e nós usamo-las nas mais variadas situações, como por exemplo

- Qual a área desta sala?
- Qual a área da minha casa?
- Quantos metros quadrados de azulejos são necessários para revestir essa piscina?
- Qual a área do meu quintal?
- Qual a área pintada dessa parede?

Superfície e área
Superfície é uma grandeza com duas dimensões (comprimento e largura), enquanto área é a medida dessa grandeza, portanto, um número.

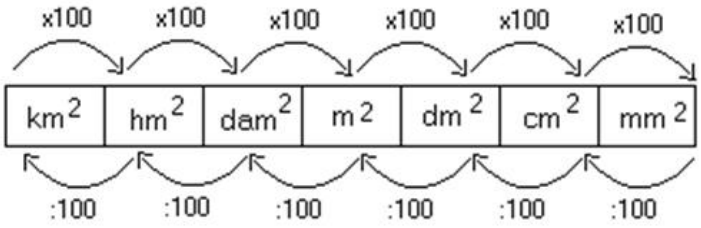
Metro Quadrado
A unidade fundamental de superfície chama-se metro quadrado.

O metro quadrado (m^2) é a medida correspondente à superfície de um quadrado com 1 metro de lado.

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
km2	hm2	dam2	m2	dm2	cm2	mm2
1000000 m2	10000 m2	100 m2	1 m2	0,01 m2	0,0001 m2	0,000001 m2

Transformação de unidades

Na transformação de unidades de superfície, **cada unidade de superfície é 100 vezes maior que a unidade imediatamente inferior**:



Vamos ver o seguinte exemplo:

- Transformar 3,26 m2 em mm2.

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

Para transformar m^2 em mm^2 (**três posições à direita**) devemos multiplicar por 1.000.000 (100 x 100 x 100).

3,26 x 1.000.000 = 3.260.000

Ou seja: 3,26 m^2 = 3.260.000 mm^2

Como ler estes valores?

Vamos ver os seguintes exemplos:

1) Leia a seguinte medida: 12,56m^2

km²	**hm²**	**dam²**	**m²**	**dm²**	**cm²**	**mm²**
			12,	56		

Lê-se “12 metros quadrados e 56 decímetros quadrados”. Cada coluna dessa tabela corresponde a uma unidade de área.

2) Leia a seguinte medida: 178,3 m^2

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
		1	78,	30		

Lê-se “178 metros quadrados e 30 decímetros quadrados”

3) Leia a seguinte medida: 0,917 dam^2

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
		0,	91	70		

Medidas agrárias

As medidas agrárias servem para avaliar a superfície dos campos. A unidade principal é o **are**.

Múltiplos		Unidade Principal	Submúltiplos
Miriare (ma)	Hectare (ha)	ARE	Centiare (ca)
1.000.000m^2	10.000m^2	100m^2	1m^2

1ca → área de superfície de um terreno quadrado com 1 metro de lado.

As medidas agrárias e de superfície estão entre si na razão de 1 para 100, isto é, uma unidade vale cem vezes mais que a imediatamente inferior e cem vezes menos que a imediatamente superior.

Equivalência entre as medidas agrárias e de superfície:

ma = km^2 | ha = hm^2 | a = dam^2 | ca = m^2

Medidas de volume

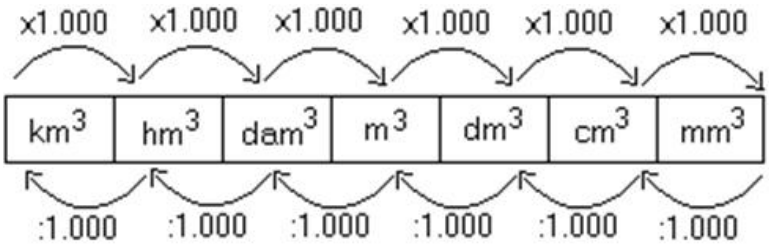
Frequentemente deparamo-nos com problemas que envolvem o uso de três dimensões: comprimento, largura e altura.

A unidade fundamental de volume chama-se **metro cúbico**. O metro cúbico (m3) é a medida correspondente ao espaço ocupado por um cubo com 1 m de aresta.

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1000000000 m^3	1000000 m^3	1000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3

Transformação de unidades

As unidades de volume estão na razão de 1 para 1000, isto é, uma unidade vale mais mil vezes que a imediatamente inferior e mil vezes menos que a imediatamente superior.



Vamos ver o seguinte exemplo:

- O Sr. Alberto tem um tanque de 2,45 m^3 no seu quintal, quantos cm^3 são?

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

Para transformar m^3 em cm^3 (**duas posições à direita**) devemos multiplicar por 1.000.000.

2,45 x 1.000.000 = 2.450.000

Ou seja: 3,26 m^2 = 3.260.000 mm^2

Como ler estes valores?

Vamos ver os seguintes exemplos:

Na leitura das medidas de volume devemos utilizar três algarismos em cada unidade no quadro. No caso de alguma casa ficar incompleta, completa-se com zero(s).

Exemplo:

- Leia a seguinte medida: 75,84m^3

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
			75,	840		

Lê-se “75 metros cúbicos e 840 decímetros cúbicos”.

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

Medidas de tempo

As medidas de tempo não pertencem ao Sistema Métrico Decimal.

É comum no nosso dia-a-dia perguntas do tipo:

- Qual o tempo de espera na lista para uma operação?
- Qual o tempo dessa viagem?
- Qual a duração desse curso?
- Qual o tempo de espera na fila das urgências?

Todas estas perguntas podem ser respondidas tendo por base uma unidade de medida de tempo. A unidade de tempo escolhida como padrão no Sistema Internacional (SI) é o **segundo**.

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
Dia (d)	Hora(h)	Minutos (min)	Segundo(s)	Décimo de segundo	Centésimo de segundo	Milésimo de segundo
86.400 s	3600 s	60 s	1 s	0,1 s	0,01 s	0,001 s

Cuidado: Nunca escreva 2,40h como forma de representar 2 h 40 minutos. Pois o sistema de medidas de tempo não é decimal.

Vamos ver o seguinte exemplo:

$$2{,}40\,\text{h} = 2\,\text{h} + \frac{40}{100}\,\text{h} = 2\,\text{h e } 24\,\text{minutos}$$

$$\frac{40}{100} \cdot 60\,\text{minutos} = 24\,\text{minutos}$$

Quando escrevemos 1,5h, nós sabemos que significa 1h e 30 minutos, nunca 1h e 50 minutos, certo?

Uma outra forma de olhar a Matemática

A Matemática é habitualmente referida como uma ciência exacta, pura, constituindo um corpo de conhecimentos construído dedutiva e cumulativamente, com rigor absoluto. No entanto, é necessário ter em conta a prática dos matemáticos e olhar para a Matemática principalmente como uma actividade humana. Nesta perspectiva assumem particular relevância os processos de criação e de invenção, tomada de decisão e negociação de sentido dentro da comunidade matemática. Deste modo, a Matemática aproxima-se das outras ciências.

Resolução de problemas

A resolução de problemas constitui uma metodologia de trabalho emblemática para a comunidade da educação matemática em todo o mundo, e a que investigação educacional tem dedicado atenção particular. Não obstante o esforço visível em muitas publicações de definir o que é um problema e de criar categorias, ainda subsiste, por vezes, alguma indefinição quanto à relação existente entre o processo de resolução de problemas e o processo investigativo.
Pólya procurou ajudar a descortinar o significado de problema, num sentido amplo, fazendo distinção entre o problema em si e o processo de resolução. Em *Mathematical Discovery* afirma que uma pessoa tem um problema quando procura "conscientemente uma certa acção apropriada para obter um objectivo claramente concebido mas não atingível de maneira imediata."
Ao realizar essa acção deu-se a resolução do problema. A noção de dificuldade é inerente ao conceito de problema - sem esta não se pode falar em problema.

Este matemático refere ainda que o interesse pelo problema e a sua apropriação por quem o resolve são essenciais. No caso da actividade matemática considera que "o passo crucial do matemático pode ser escolher o seu problema" ou até mesmo, inventá-lo.
Dois aspectos característicos da actividade de resolução de problemas mas que, muitas vezes, não lhe são associados são: a formulação de problemas e os processos de pensamento indutivo. Embora por vezes os problemas surjam na literatura como um grande chapéu-de-chuva debaixo do qual se abriga toda a actividade de teor problemático,

ou seja, tudo aquilo que constitui um desafio (ou um problema de acordo com a definição de Pólya), é comum ser dada uma conotação mais restrita à definição de problema.

Num artigo de 1989 publicado na Educação Matemática, intitulado *Um (bom) problema (não) é (só)...*, Paulo Abrantes apresenta uma discussão do que é um problema. Destacamos de entre os tipos de tarefas que apresenta as situações problemáticas e as situações (ainda) não problemáticas que julgamos possuírem características comuns com as investigações.

Em relação às primeiras refere que são situações em que o contexto é problemático no sentido que exige a formulação de um ou mais problemas. Não existe uma solução única e o aluno é estimulado a "gerar questões, fazer conjecturas e, eventualmente, prová-las".

No segundo tipo também não está formulado qualquer problema, nem sequer de forma implícita e pretende-se que o aluno explore o contexto. Abrantes apresenta como exemplo desta situação a exploração de uma página com números que surge no conhecido documento *A renovação do currículo da Matemática* da APM. Afirma-se ali que:

Alguns exemplos

• Exemplo 0 (um exercício):
Calcular o valor de x2 – 3x para x = 2

• Exemplo 1 (um problema "de palavras"):
Um cliente comprou num dia 2,3 metros de fazenda. No dia seguinte, comprou mais 1,5 metros da mesma fazenda. Quantos metros de fazenda comprou no total?

• Exemplo 2 (um problema "para equacionar")
O João tem metade da idade do pai. Sabendo que a soma das duas idades é 72, quantos anos tem o João?

• Exemplo 3 (um problema "para demonstrar")
Usando os casos de semelhança, mostre que a altura relativa à hipotenusa divide um triângulo rectângulo em dois triângulos semelhantes.

• Exemplo 4 (um problema "para descobrir")
Usando apenas seis fósforos, formar quatro triângulos equiláteros geometricamente iguais.

• Exemplo 5 (um problema da vida real):
Construir uma de um estádio – um campo de futebol e uma pista de atletismo.

• Exemplo 6 (uma situação problemática):
O produto de três números inteiros consecutivos é sempre um número par múltiplo de 3. Comentar a situação se substituirmos produto por soma.

(APM, 1988, p. 47)

Retirado de: http://ia.fc.ul.pt/investigacoes/invmat/probleinvest.htm

"Explorar tem aqui exactamente o sentido normal da palavra: entrar em terreno desconhecido, recolher dados, detectar diferenças, ser sensível às repetições e às analogias, reconhecer regularidades e padrões - ou porventura um sentido ainda mais forte - investigar, procurar encontrar, procurar descobrir. O espaço a explorar não é agora o Atlântico, mas por exemplo uma página cheia de números."

Estamos pois, claramente, face à ideia de investigação matemática.

Como resolver problemas segundo Polya

1. Compreender o problema

- Tem de compreender o problema.
- Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição?
- É possível satisfazer a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Ou é esta insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?
- Desenhe uma figura. Use uma notação adequada.
- Separe as várias componentes da condição. Consegue transcrevê-las?

2. Congeminar um plano

- Encontre uma ligação entre os dados e a incógnita. Se não for possível encontrar esta ligação imediatamente, pode ser obrigado a considerar problemas auxiliares. No final, deverá obter um plano para a solução.
- Já alguma vez encontrou o problema? Ou tê-lo-á encontrado numa forma ligeiramente diferente?
- Conhece um problema semelhante? Conhece algum teorema que possa ser útil?
- Contemple a incógnita! E tente pensar num problema afim que tenha uma incógnita igual ou semelhante.
- Está perante um problema relacionado com o seu e que foi anteriormente resolvido. Poderá usá-lo? Poderá usar os seus resultados? Poderá usar os seus métodos? Deverá introduzir algum elemento auxiliar, de modo a tornar o seu uso possível?
- Consegue reformular o problema? Consegue reformulá-lo novamente de forma diferente à anterior? Volte às definições.
- Se não conseguir resolver o problema proposto, tente primeiro resolver um problema com este relacionado. Consegue elaborar um problema relacionado, mas mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? Consegue resolver uma parte do problema? Considere somente uma parte da condição e despreze a parte restante; quão determinada está a incógnita, como pode esta variar? Consegue obter algo útil, a partir dos dados? Consegue pensar em mais alguns dados apropriados para determinar a incógnita? Consegue modificar a incógnita ou os dados, ou se necessário ambos, de modo a que a nova incógnita e os novos dados se encontrem mais próximos?
- Fez uso de todos os dados? Fez uso de toda a condição? Teve em conta todas as noções essenciais envolvidas no problema?

3. Executar o plano

- Execute o plano.
- Verifique cada passo durante a execução do plano até à solução. Consegue observar claramente que cada passo é o correcto? Consegue provar que é o correcto?

4. Olhar para trás

- Examine a solução obtida.
- Consegue justificar o resultado? Consegue justificar o raciocínio?
- Consegue criar um método diferente para obter a solução? Consegue visualizá-lo imediatamente?
- Consegue usar o resultado ou o método noutro problema?

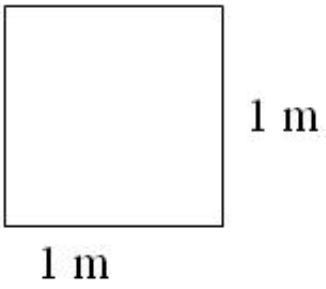
Adaptado de "A arte de resolver problemas", de George Polya, ed, Interciência, Rio de Janeiro, 1978.

Áreas

Área – define-se como a extensão de uma **superfície**, ou seja, a quantidade de espaço. A área é medida em unidades próprias e tem como unidade fundamental o metro quadrado (**m^2**).

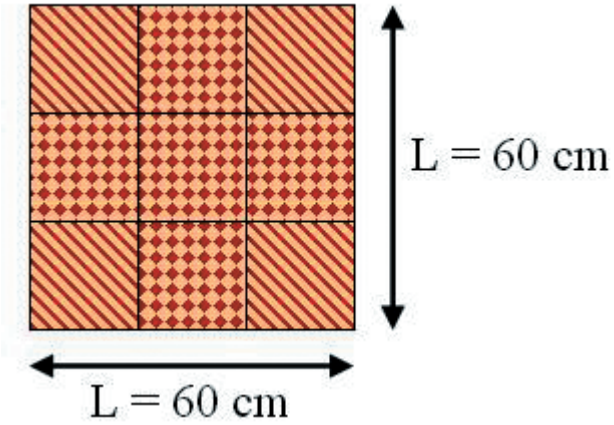
O **perímetro** é a distância que circula essa mesma superfície.

Veja como, conhecido o comprimento do lado de um quadrado se pode determinar a área.



Os lados deste quadrado têm 1m de comprimento – a **área** deste quadrado é **1 m^2** **um metro quadrado**

Vamos ver o seguinte exemplo de aplicação:



Qual o perímetro e a área ocupada por este painel de 9 azulejos? Sabendo que:

- Cada azulejo tem a forma de um quadrado.
- Cada azulejo tem 20 cm de lado.

Resolução:

Perímetro:
O perímetro é a distância que circula toda a superfície, ou seja, é a soma de todos os lados.
P = 60 + 60 + 60 + 60
P = 240 cm

Observação: A unidade do perímetro é sempre apresentada sob a forma de medida de comprimento.

Área:

O comprimento dos lados do painel é de:
3 x 20 cm = 60 cm.

Como o painel tem a forma quadrada, a área do painel é a área de um quadrado.

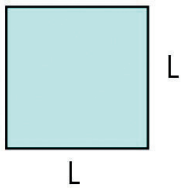
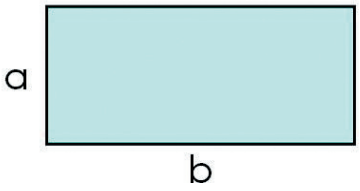
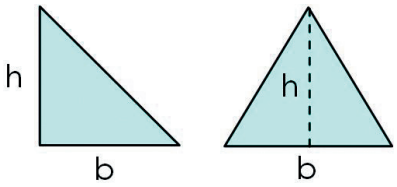
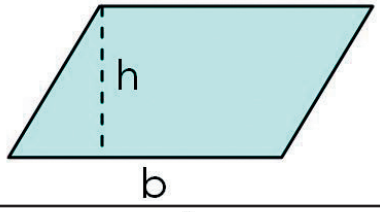
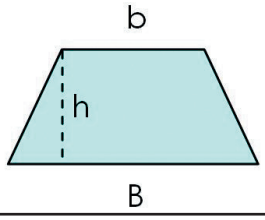
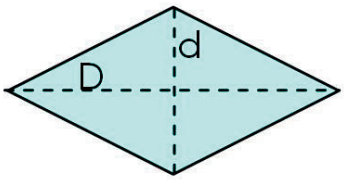
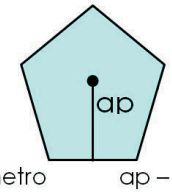
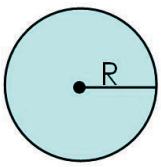
A área de um quadrado com 60 cm de lado é:
60 cm x 60 cm = 3600 cm^2

Generalizando, podemos afirmar que a área de um quadrado é:

$A = (L \times L)$ ou $A = L^2$ (Fórmula para calcular a área de um quadrado)

A = 60 cm x 60 cm = 3600 cm^2
ou
A = (60cm) 2 = 3600 cm^2

Da mesma forma que podemos escrever uma fórmula para o cálculo da área de um quadrado, também existem outras fórmulas que nos ajudam no cálculo de áreas de outras figuras geométricas.

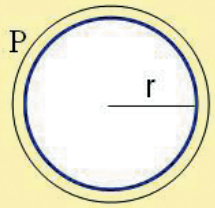
Nome	Figura	Fórmula
Quadrado		$A = L \times L = L^2$
Rectângulo		$A = a \times b$
Rectângulo		$A = \frac{h \times b}{2}$
Paralelogramo		$A = b \times h$
Trapézio		$A = \frac{B \times b}{2} \times h$
Losango		$A = \frac{B \times b}{2}$
Polígono regular	 P – Perímetro ap – apótema	$A = \frac{P \times ap}{2}$
Círculo	 R – raio $\pi \approx 3,14$	$A = \pi \times R^2$

π - letra grega que se designa por pi

O quociente entre o perímetro da circunferência e o diâmetro (dobro do raio), tem sempre o mesmo valor (aproximadamente **3,14**), qualquer que seja a circunferência, muito grande ou muito pequena.

A este quociente dá-se o nome de **pi.**

$\pi = \frac{P}{2r}$ P perímetro



Imagine agora a seguinte situação:

O Sr. António teve que fazer uma capoeira completamente fechada devido à probabilidade de contágio da gripe das aves.
Sabendo que a capoeira tem a forma de um quadrado e que ocupa uma área de 16m ^{2} qual será o comprimento dos seus lados?

Esta pergunta pode ser traduzida do seguinte modo: **qual será o número cujo quadrado é 16**?

Podemos, por vários processos, reconhecer que:
1 não é a medida pedida porque $1^2 \neq 16$
2 não é a medida pedida porque $2^2 \neq 16$
3 ____ a medida pedida porque _____
4 ____ a medida pedida porque _____

Com certeza que observou que a resposta que obteve é concordante com a ideia de que o comprimento do lado da capoeira ao quadrado é igual a 16.
O raciocínio que efectuou pode ser explicado escrevendo $4 = \sqrt{16}$
(lê-se: 4 é a **raiz quadrada** de 16)

Qual será o número cujo quadrado é 100 ?

Se a área de um quadrado for representada por A e o lado por L, pode escrever-se que:

$$L = \sqrt{A}$$

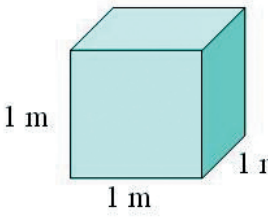
VOLUMES

Olhando à nossa volta facilmente verificamos que os diversos corpos e objectos que nos rodeiam ocupam espaço. À porção de espaço que cada um deles ocupa chama-se **Volume**.

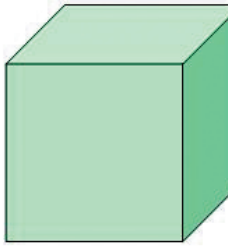
Então podemos definir volume como o **espaço tridimensional** ocupado por um sólido, que é medido em unidades próprias, como o metro cúbico (**m^3**).

A unidade de volume é o cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento, denominado de cubo unitário. Por exemplo, se um cubo tem 1 m de aresta, o seu volume é a unidade chamada de *metro cúbico* (cm^3).

A figura ao lado representa um cubo com 1m de aresta
O volume do cubo é: 1×1×1 = 1
V= 1 m^3



A figura ao lado representa um depósito de água que tem a forma de um cubo com 2m de aresta.

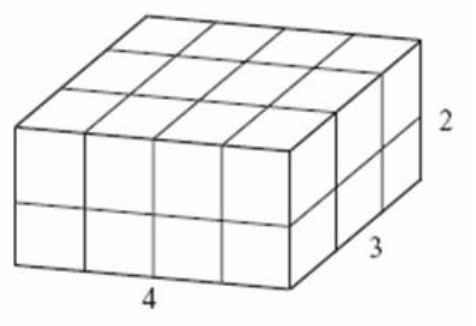


Qual é o volume do cubo em m^3?

Assim, o volume de um sólido deve ser um número que exprima quantas vezes ele contem o cubo unitário. Esta é a ideia que devemos ter para desenvolver o estudo dos volumes mas, convenhamos que ainda tem um significado muito vago. Por exemplo, quantos cubos unitários de 1 cm de aresta cabem dentro de uma panela? Não saberíamos dizer. Entretanto, esta ideia inicial vai nos permitir calcular precisamente o volume de um paralelepípedo rectângulo, ou simplesmente, um bloco rectangular.

O volume do um paralelepípedo rectangular

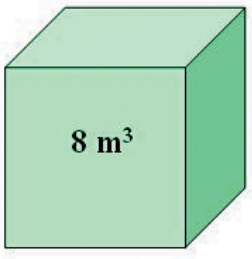
Imaginemos inicialmente um bloco rectangular com dimensões 4 cm, 3 cm e 2 cm. Qual é o seu volume?



Observando o desenho, não há dúvida que este bloco pode ser dividido em 4x3x2 = 24 cubos unitários e, portanto, seu volume é de 24 cm^3.
Assim sendo, podemos afirmar que a fórmula para calcular o volume é:

V = comprimento x largura x altura

Vejamos, agora, um depósito com a forma de um cubo, que tem 8m^3 de volume.
Qual será a medida da aresta?



Esta pergunta pode ser traduzida do seguinte modo: qual será o número cujo cubo é 8?

Podemos, por vários processos, reconhecer que:
1 não é a medida pedida porque $1^3 \neq 8$
3 não é a medida pedida porque $3^3 \neq 8$
2 _____ a medida pedida porque _____

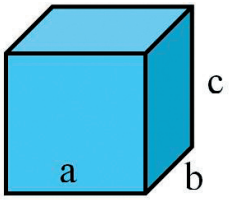
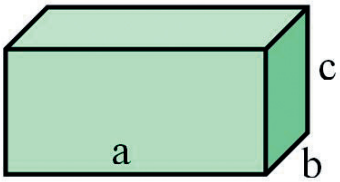
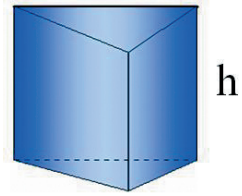
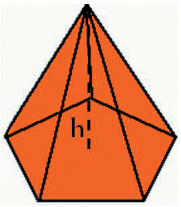
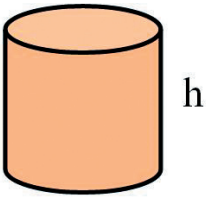
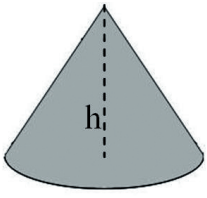
Com certeza que observou que a resposta que obteve é correspondente com a ideia de que a medida da aresta do depósito ao cubo é igual a 8.
Este raciocínio pode ser explicado escrevendo 2 = (lê-se: 2 é a raiz cúbica de 8)

Generalizando…

Se o volume de um cubo for representado por *V* e a aresta por **a** podemos escrever que:

$$a = \sqrt[3]{V}$$

Da mesma forma que podemos escrever uma fórmula para o cálculo do volume de um paralelepípedo, também existem outras fórmulas que nos ajudam no cálculo de volumes de outras figuras geométricas.

Nome	Figura	Fórmula
Cubo		$V = a \times b \times c^2$
Paralelepípedo		$V = a \times b \times c$
Prisma Triangular		$V = Ab \times h$ Ab = área da base
Pirâmide		$V = \frac{1}{3} \times Ab \times h$
Cilindro		$V = Ab \times h$
Cone		$V = \frac{1}{3} \times Ab \times h$

Equações

Nota histórica

As equações fazem parte, actualmente, de um ramo da matemática chamado Álgebra, mas o seu uso é antigo.

A descoberta do célebre Papiro de Rhind provou que já os egípcios resolviam pequenos problemas através de equações. Também na Babilónia foram encontradas listas de problemas com a respectiva solução (tal como no Papiro de Rhind).

Com os matemáticos gregos Arquimedes, Heron e Deofanto a Álgebra sofre um grande desenvolvimento. No entanto, o marco mais importante para o seu reconhecimento foi o livro do árabe Alkovarismi: "Al-jabr wa'l muqabalah", cuja primeira palavra significa "transporte ou anulamento dos termos de uma equação". Nele aparece um estudo sistemático de uma equação, independentemente de um problema concreto. Como os matemáticos de então designavam o livro simplesmente por Al-jabr, daí proveio a palavra "álgebra". Com as descobertas sucessivas que se verificaram nos séculos seguintes até aos dias de hoje, actualmente o termo tem um sentido muito mais amplo.
Afinal, como é que tudo surgiu?

"O venerável faraó Ri-Max deixou aos seus três filhos uma fabulosa herança. Contudo, só poderiam partilhar os bens depois de dividir entre si 35 camelos, sem matar nenhum deles e de acordo com as seguintes condições:

- metade dos camelos para Xamir;
- um terço dos camelos para Ximar;
- um nono dos camelos para Raxim.

Os três jovens deram voltas à cabeça mas não conseguiram resolver o problema. Para eles era impossível tal divisão. Será que o faraó não queria que os seus filhos dividissem a herança?"

Conta a história que, depois de muitas noites sem dormir, os três irmãos decidiram consultar o escriba Papix para os ajudar. Ninguém acreditaria que para resolver este problema o sábio Papix tivesse utilizado um computador. Nesse tempo não havia computadores!... Mas, pedindo um camelo emprestado Papix resolveu o problema da herança. E com tanto engenho o fez que, além de ter contemplado cada irmão com a parte correspondente sem matar nenhum camelo, ainda consegui devolver o camelo que pedira emprestado e ficar com um para ele. Como o teria feito?

Egípcios, Hindus, Babilónios ou Europeus, sem diferença de altura ou de época, todos se têm interessado por resolver problemas. E muita Matemática tem sido construída a partir da resolução de problemas que ao longo dos tempos têm desafiado a imaginação humana.

Foi assim que as equações surgiram, como um instrumento matemático que permite ajudar a resolver alguns problemas. Hoje, os computadores já as resolvem…, mas os problemas continuam a desafiar a imaginação e a criatividade de todos.

Como resolver então o problema da herança do faraó? Como Papix resolveu o problema?

Ora, como ele pediu um camelo emprestado a herança do faraó continha apenas 34 camelos facilitando assim as contas.

Esquematizando o problema temos:

Designo a incógnita.

Xamir fica com metade dos camelos, ou seja, $\frac{1}{2}x$.

Ximar fica com um terço dos camelos, ou seja, $\frac{1}{3}x$.

Raxim fica com um nono dos camelos, ou seja, $\frac{1}{9}x$.

Como pensou resolver o problema Papix? Bem, ele tentou fazer “contas” com os 35 camelos, vejamos como ele fez:

Somou as 3 quantidades, igualou a 35 e obteve a seguinte expressão:

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x = 35 \Leftrightarrow$ reduzindo ao mesmo denominador vem:

$\frac{9}{18}x + \frac{6}{18}x + \frac{2}{18}x = \frac{630}{18} \Leftrightarrow$ efectuam-se as somas:

$\frac{9}{18}x = \frac{630}{18}$ $\Leftrightarrow$ duas fracções com o mesmo denominador são iguais se os numeradores forem iguais:

$17x = 630$ $\Leftrightarrow$ dividindo ambos os termos pelo coeficiente da incógnita:

$x = \frac{630}{17}$

Ora, $\frac{630}{17}$ não dá valor inteiro. Assim os herdeiros não obtinham camelos sem matar algum, Papix teve uma ideia. Se pedisse um emprestado, a herança era apenas de 34 camelos e assim obtinham camelos “inteiros”, vejamos:

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x = 34$ $\Leftrightarrow$

$\frac{9}{18}x + \frac{6}{18}x + \frac{2}{18}x = \frac{612}{18}$ $\Leftrightarrow$

$\frac{17}{18}x = \frac{612}{18}$ $\Leftrightarrow$

$17x = 612$ $\Leftrightarrow$

$x = \frac{612}{17}$ $\Leftrightarrow$ $x = 36$

Assim, Xamir fica com $\frac{1}{2} \times 36 = 18$ camelos, Ximar fica com $\frac{1}{3} \times 36 = 12$ camelos e Raxim fica com $\frac{1}{9} \times 36 = 4$ camelos. E o escriba Papix fica com um camelo.

Confirmando: $18 + 12 + 4 + 1 = 35$

Equações de 1º grau

Etimologicamente, a palavra **equação** provém de "equi" que significa igual, daí designaremos equação como uma igualdade.

Chamamos equação a uma expressão da forma $a\,x + b = c$, onde x é a variável a que chamamos **incógnita**.

$$\underbrace{ax + b}_{1º\ membro} = \underbrace{c}_{2º\ membro}$$

Às parcelas que constituem cada membro de uma equação chamamos **termos**. Numa equação existem termos com variáveis e sem variáveis;

ax é um termo com variável onde a é o **coeficiente** da incógnita.

b e c são termos sem variáveis, a esses termos chamamos **termos independentes**.

Solução de uma equação é um número que colocado no lugar da incógnita transforma a equação numa igualdade ou proposição verdadeira.

Duas equações dizem-se **equivalentes** num dado domínio quando têm as mesmas soluções nesse domínio. Para exprimir que duas condições (ou duas equações) são equivalentes, utiliza-se o símbolo " $\Leftrightarrow$ " que se lê "é equivalente a".

Ao resolver uma equação podemos classificar as suas soluções:

- se não tem soluções a equação é **impossível**;
- se há uma infinidade (muitas) de soluções então a equação é **possível e determinada**;
- se ela tem uma única solução diz-se que a equação é **possível e determinada**.

Para resolvermos uma equação do 1º grau a uma incógnita, substituímos sucessivamente a equação dada por uma equação que lhe é equivalente.

Vamos agora enunciar princípios de equivalência que se aplicam nessas sucessivas substituições.

1º Princípio: Se adicionarmos a mesma quantidade a cada um dos membros de uma equação, obtemos uma equação equivalente à dada.
Daí resulta a seguinte regra prática: se numa equação mudarmos um termo de um membro para o outro trocando-lhe o sinal, obtemos uma equação equivalente; simbolicamente:

$$\forall a,b \in \Re \quad \text{temos} \quad a+x=b \quad \Leftrightarrow \quad x=b-a$$

2º Princípio: Se numa equação multiplicarmos ambos os membros por um número, diferente de zero, obteremos uma equação equivalente à dada. Daqui resulta que:

$$\forall a,b \in \Re \quad \text{temos} \quad a \times x=b \quad \Leftrightarrow \quad x=\frac{b}{a} \quad com\ a \neq 0$$

Vamos ver os seguintes casos:

Caso 1: $x+5=3x-2$ é uma equação.

$3-2=5+(-3-5+2)$ não é uma equação porque não temos uma incógnita.

Na equação $x+5=-3x-2$ distinguimos:

- $x+5$ é o 1º membro
- $-3x-2$ é o 2º membro
- x , 5 , $-3x$, -2 são os termos da equação
- x é a incógnita
- x e $-3x$ são os termos com incógnita
- 5 e -2 são os termos independentes

Caso 2:
- $5x = 30$ 6 é a solução
- 5 x 6 = 30 proposição verdadeira

Vamos então aprender a resolver equações de 1ºgrau:

- **Equações sem parênteses e sem denominadores**

$3x+2=x+6 \Leftrightarrow$	Numa equação mudamos os termos de um membro para outro e trocamos o sinal.
$3x-x=6-2 \Leftrightarrow$	Num dos membros ficam os termos com incógnita e no outro os termos independentes.
$2x=4 \Leftrightarrow$	Efectuam-se operações.
$\frac{2x}{2}=\frac{4}{2} \Leftrightarrow$	Dividimos ambos os membros pelo coeficiente da incógnita.
$x=2$	
$S=\{2\}$	Determinamos a solução.

- **Equações com Parênteses**

$-(x-2)+5x=(4x-6)-(2x-2) \Leftrightarrow$	Tiramos os parênteses e quando temos um sinal negativo (–) trocamos o sinal dos termos dentro dos parênteses.
$-x+2+5x=4x-6-2x+2 \Leftrightarrow$	Colocamos num membro os termos com incógnita e no outro os termos independentes.
$-x+5x-4x+2x=-6+2-2 \Leftrightarrow$	Efectuam-se operações.
$2x=-6 \Leftrightarrow$	
$\frac{2x}{2}=-\frac{6}{2} \Leftrightarrow$	Dividem-se ambos os membros pelo coeficiente da incógnita.
$x=-3$	Determinamos a solução de forma simplificada.
$S=\{-3\}$	

- **Equações com denominadores**

$$-\frac{2x-3}{2}+\frac{1}{4}=\frac{x+5}{3} \Leftrightarrow$$

Começamos por reduzir todos os termos ao mesmo denominador.

$$-\frac{2x-3}{2}_{(6)}+\frac{1}{4}_{(3)}=\frac{x+5}{3}_{(4)} \Leftrightarrow$$

$$-\frac{12x-18}{12}+\frac{3}{12}=\frac{4x+20}{12} \Leftrightarrow$$

Quando temos sinal negativo (–) antes de uma fracção este sinal afecta todos os termos da fracção.

$$\frac{-12x+18+3}{12}=\frac{4x+20}{12} \Leftrightarrow$$

$$-12x+18+3=4x+20 \Leftrightarrow$$

Duas fracções com o mesmo denominador são iguais se os numeradores forem iguais.

$$-12x-4x=20-18-3 \Leftrightarrow$$

Colocamos num membro os termos com incógnita e no outro os termos independentes.

$$-16x=-1 \Leftrightarrow$$

Efectuam-se operações.

$$\frac{-16x}{-16}=\frac{-1}{-16} \Leftrightarrow$$

Dividem-se ambos os membros pelo coeficiente da incógnita.

$$x=\frac{1}{16}$$

Apresenta-se a solução.

$$S=\left\{\frac{1}{16}\right\}$$

- **Equações com parênteses e com denominadores**

$$2\left(\frac{3x-5}{4}\right)-\frac{5x}{2}=\frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{6x-10}{4}_{(3)}-\frac{5x}{2}_{(6)}=\frac{1}{3}_{(4)} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{18x-30}{12}-\frac{30x}{12}=\frac{4}{12} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{18x-30-30x}{12}=\frac{4}{12} \quad \Leftrightarrow$$

$$18x-30x=4+30 \quad \Leftrightarrow$$

$$-12x=34 \quad \Leftrightarrow$$

$$x=-\frac{34}{12}_{(\div 2)} \quad \Leftrightarrow$$

$$x=-\frac{17}{6}$$

$$S=\left\{-\frac{17}{6}\right\}$$

Começamos por desembaraçar os parênteses e depois os denominadores.

A seguir efectuam-se os passos já explicados nos exemplos anteriores.

EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Ao longo da História da Matemática encontramos várias referências a matemáticos que estudaram métodos de resolução de equações de 2º grau.

Diofanto, no ano 200, distinguiu três tipos de equações: $ax^2 + bx = c$; $ax^2 = bx + c$; $ax^2 + c = bx$

Aryabhata (século V) usou uma fórmula parecida com a fórmula resolvente.

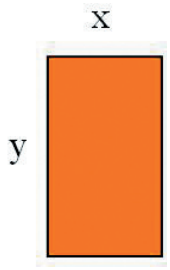
Al-Khwarizmi, em 830, escreveu um trabalho sobre álgebra, onde aparecem regras para a resolução das equações do 2º grau. Ele resolvia as equações por métodos geométricos e considerava somente as soluções positivas.

Viète (século XVI) foi o primeiro a usar letras para representar incógnitas e introduziu métodos algébricos para determinar as soluções das equações do 2º grau.

Para podermos trabalhar as equações temos de ter em conta alguns conceitos, tais como: Monómio, polinómio e como se operam entre si.

Monómios e Polinómios

Na figura em baixo representa uma caixa de comprimidos, cujo perímetro é dado pela expressão: $P = 2x + 2y$



Às expressões $2x$ e $2y$ chamamos monómios.

À expressão $2x + 2y$ chamamos polinómio.

A soma algébrica de monómios é um polinómio.

Num monómio distingue-se o **coeficiente** da **parte literal**. Vejamos através do **exemplo seguinte**:

Nas aulas de salto para a piscina perdem-se por dia alguns litros de água.
No dia em que a água é mudada a piscina tem X **litros** de água, durante esse dia a piscina perde uma **terça parte** da água.

Perante esta situação, a piscina fica assim com $x - \frac{1}{3}x$ de água.

E no dia seguinte perderam-se mais **100 litros** de água.

Agora na piscina há $x - \frac{1}{3}x - 100$ litros de água.

A expressão $x - \frac{1}{3}x - 100$ é um **polinómio** constituído por **três monómios**:

$x\,;-\frac{1}{3}x\,;-100$

Monómio	Coeficiente	Parte literal
x	1 (x = 1 x x)	x
$-\frac{1}{3}x$	$-\frac{1}{3}$	x
- 100	- 100	Não tem

Dizemos que dois **monómios** são **semelhantes** quando têm a **mesma parte literal**.

O **grau de um monómio** reduzido é a soma dos expoentes das letras que nele figuram.

Por exemplo:

$5x^2y \rightarrow$ grau **2** relativamente a x e grau **1** relativamente a y, assim sendo este monómio tem grau **3**

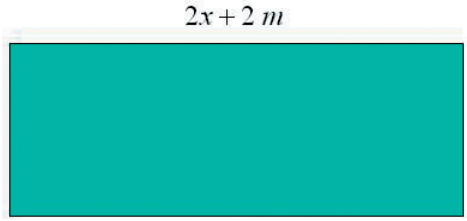
O **grau** relativamente a uma variável é o expoente relativo a essa variável.

Outros exemplos:

Monómio	x	$3xy$	$5x^3y$	$7x^5y^8$
Grau	1	2	4	13

Adição algébrica de monómios

Vamos determinar o perímetro da piscina do exemplo acima referido sabendo que x =9.



Em primeiro lugar temos que escrever a expressão simplificada que traduz a expressão do perímetro.

Logo, $P = 2 \times (2x + 2) + 2 \times (\frac{1}{3}x - \frac{3}{2}) \Leftrightarrow$

$$P = 4x + 4 + \frac{2}{3}x - \frac{6}{2} \Leftrightarrow$$

$$P = 4x + 4 + \frac{2}{3}x - 3 \Leftrightarrow$$

Nesta expressão há monómios semelhantes e como tal vamos poder simplificá-la. Sendo assim temos que reduzir a um mesmo denominador os monómios com parte literal.

$$P = \frac{12}{3}x + \frac{2}{3}x + 4 - 3 \Leftrightarrow$$

$$P = \frac{14}{3}x + 1$$

A expressão $P = \frac{14}{3}x + 1$ é a expressão simplificada do perímetro da piscina.

Substituindo o x por 9 obtemos o perímetro da piscina.

$$P = \frac{14}{3} \times 9 + 1 \Leftrightarrow$$

$$P = \frac{126}{3} + 1 \Leftrightarrow$$

$$P = 42 + 1 \Leftrightarrow P = 43$$

O perímetro da piscina é de 43metros.

OPERAÇÕES COM POLINÓMIOS

Antes de se iniciar o estudo das equações de 2º grau com uma incógnita, temos que abordar algumas regras essenciais para a compreensão e resolução deste tipo de equações.

1. Multiplicação de polinómios.

Considerem-se os seguintes polinómios: $(2x+1)\ e\ (\frac{1}{2}x+1)$

Como multiplicá-los?

Ora, para isso usamos uma regra simples:

Quaisquer que sejam os números a, b, c e d:

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Vamos ver o seguinte exemplo:

Queremos calcular a expressão que representa a área de uma caixa de medicamentos rectangular.

A largura da caixa é dada pela expressão e o comprimento pela expressão .

Logo,

$A = (2x - 1)(5x + 3) \Leftrightarrow$

$A = 10x^2 + 6x - 5x - 3 \Leftrightarrow$

$A = 10x^2 + x - 3$

2. Casos notáveis da multiplicação

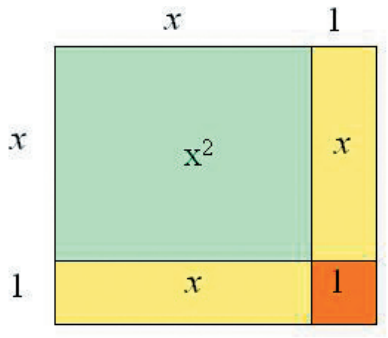
A multiplicação de dois polinómios pode processar-se sempre do mesmo modo.
No entanto, há produtos de polinómios que aparecem com muita frequência e com variadas aplicações em Matemática e que nos merecem especial atenção:

- O quadrado do binómio;
- A diferença de quadrados.

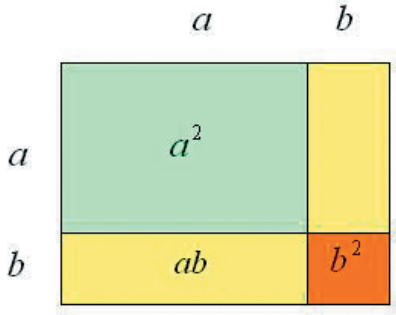
Estes casos são conhecidos como casos notáveis de multiplicação de polinómios.

Quadrado do binómio

Exemplo 1:
Qual a área do seguinte quadrado sabendo que o comprimento dos lados é de x + 1?



$(x+1)^2 = (x+1)(x+1) =$
$x^2 + x + x + 1 =$
$x^2 + 2x + 1$



Logo: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Nas figuras consideram-se sempre números positivos, mas também podemos calcular o quadrado de um binómio com termos negativos:

Por exemplo:

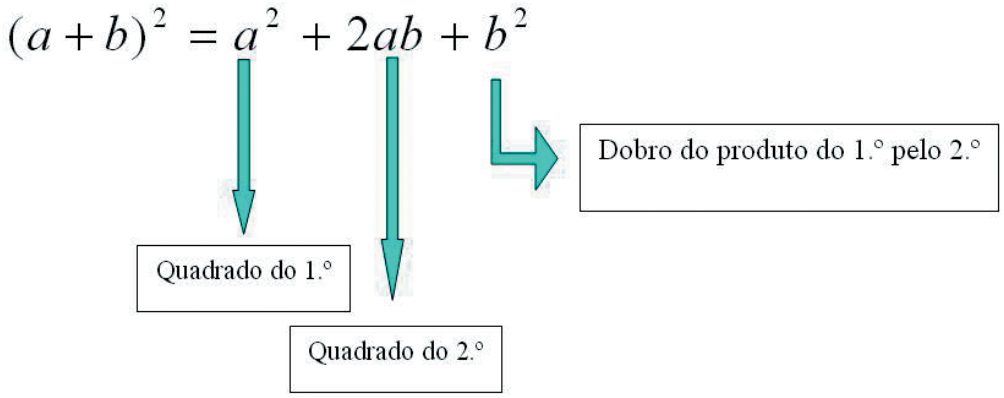
$(x-5)^2 =$
$(x-5)(x-5) =$
$x^2 - 5x - 5x + 25 =$
$x^2 - 10x + 25$

Logo: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Verificamos que:

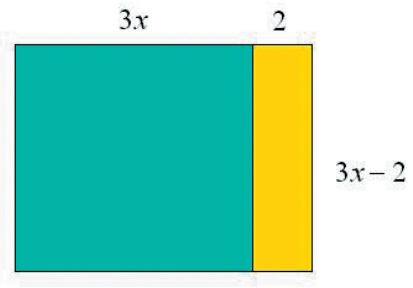
- O quadrado de um binómio é um trinómio;
- No trinómio aparecem os quadrados dos dois termos do binómio (o sinal é sempre positivo);
- O terceiro termo do trinómio é igual a duas vezes o produto dos termos do binómio (o sinal deste termo é + se os dois termos são do mesmo sinal; e é – se os termos do binómio têm sinais contrários).

O quadrado do binómio obtém-se adicionando o quadrado do primeiro termo com o dobro do produto do primeiro pelo segundo e com o quadrado do segundo termo.



<u>Diferença de quadrados</u>

Exemplo 2:



Vamos escrever a expressão que representa a área do maior rectângulo da figura.

$(3x-2)(3x+2)=$
$3^2x^2+6x-6x-2^2=$
$9x^2-4=$
$(3x)^2-(2)^2$

Logo: $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

O que é uma equação de 2º grau?

Nas equações de 2ºgrau a incógnita aparece elevada ao quadrado.
Mas nem todas as equações em que tal acontece são do 2º grau.
Vejamos alguns exemplos:

$x+x^2=3+x^2 \Leftrightarrow x=3$ logo, não é uma equação de 2ºgrau.

$x^2-3x=x^2+5 \Leftrightarrow -3x=5$ também não é uma equação de 2º grau mas sim de 1º grau.

Assim, chamamos equação de 2ºgrau em x a toda a equação redutível à forma
$a^2+bx+c=0, \quad a\neq 0$

3. Factorização de polinómios

Factorizar um polinómio é escrevê-lo sob a forma de um produto.

Como factorizar então um polinómio?
Consideremos os seguintes polinómios: $5x^2+3x$, $6a^3-12a^2$ e $15b^6-3b^3$.

Vamos então factorizá-los:

- $5x^2+3x$ (em primeiro lugar vemos se têm factores em comum)

  $5x^2+3x$ é o mesmo que: $5x\times x+3x$ logo o X repete-se.

  Então vamos pô-lo em evidência e depois usamos a propriedade distributiva.

Assim: $5x^2 + 3x = x(5x + 3)$

O que pomos entre parênteses é o que sobra ……

- $6a^3 - 12a^2$ é o mesmo que $6a \times a \times a - 2 \times 6 \times a \times a$, observando a expressão vemos que existem vários termos que se repetem, $(6 \times a \times a)$, vamos pô-los em evidência e usamos a propriedade distributiva:

Assim: $6a^3 - 12a^2 = 6 \times a \times a(a - 2) = 6a^2(a - 2)$

- $15b^6 - 3b^2$ é o mesmo que $3 \times 5 \times b^2 \times b^3 - 3 \times b^2$, vemos que $3 \times b^2$ se repete nos dois termos, vamos então pô-los em evidência e usamos a distributiva:

Assim: $15b^6 - 3b^2 = 3b^2(5b^3 - 1)$

4. Lei do anulamento do produto

O que nos diz esta propriedade? Diz-nos que:

Um produto é nulo se e só se pelo menos um dos seus factores é nulo.
Ou seja:
$ab = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$; ($\vee$ lê-se ou)

Na prática o que quer dizer esta propriedade?

Usando um exemplo vejamos: $(x - 2)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow$

$x - 2 = 0 \vee x + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$x = 2 \vee x = -3$

A solução desta equação é S = {2, 3}.

5. Em síntese

A forma canónica de uma equação do 2ºgrau é: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

São equações do 2ºgrau incompletas equações do tipo:

- $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$; $S = \{0\}$

  A equação tem uma solução.

- $ax^2 + bx = 0, a \neq 0 \text{ e } b \neq 0$

  $ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow$

  $x(ax + b) = 0 \Leftrightarrow$

  $x = 0 \vee ax + b = 0 \Leftrightarrow$

  $x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$

  $S = \left\{0, -\frac{b}{a}\right\}$

- $ax^2 + c = 0, a \neq o \text{ e } c \neq 0$

  $ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow$

  $x^2 = -\frac{c}{a}$

  Se $-\frac{c}{a} > 0$ a equação tem duas soluções simétricas: $\left\{-\sqrt{-\frac{c}{a}}, \sqrt{-\frac{c}{a}}\right\}$;

  Se $-\frac{c}{a} < 0$ a equação é impossível.

A equação ou tem duas soluções ou é impossível.

Resolução de equações

Uma equação é fogo para se resolver
é igualdade difícil e de grande porte
é necessário saber todas as regras
e ter até uma boa dose de sorte.
A primeira coisa a ter em conta
quando se olha uma equação
é ver se tem parênteses,
é que umas têm outras não.
Se tiver, é por ai que tudo deve começar.
Sinal “+” antes: fica tudo igual.
Mas tudo o que vem a seguir se deve trocar
se antes do parênteses o “-” for o sinal.
A seguir...alerta com os denominadores!
Todos têm que ter o mesmo para se poder avançar.
Os sinais negativos antes de fracções
são degraus onde podem tropeçar.
É preciso não esquecer nenhum sinal
e estar atento ao coeficiente maroto
e se um termo não interessa de um lado
muda-se o sinal e passa-se para o outro.
Quando a incógnita estiver sozinha
podemos então dar a tarefa por finda. E então,
sem nunca esquecer o que foi feito
escreve-se o conjunto solução.

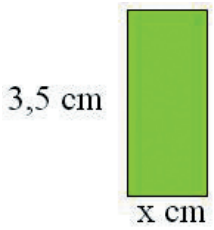
(http://matematica.com.sapo.pt/equa.htm)

Inequações do 1º Grau com uma incógnita

Ao longo do desenvolvimento da Matemática como ciência foram criados símbolos para facilitar a escrita e a comunicação.
Os símbolos base são os símbolos < (é menor que) e > (é maior que), que foram introduzidos, em 1637, por Harriot.
Os símbolos $\geq$ *e* $\leq$ surgiram em 1734 e foram escritos pela primeira vez pelo matemático P. Bougner.

Conceito de Inequação

Para uma melhor apreensão deste conceito consideremos a seguinte situação:
"Uma caixa de comprimidos rectangular tem 3,5 cm de comprimento. Qual deve ser a largura da caixa para que o seu perímetro não seja superior a 12cm?"



Como resolver então este pequeno enigma?

1. Escolhemos a incógnita:
   x – para designar a largura

2. Traduzir o enunciado:

Se P (perímetro da caixa) = 2x + 2 (3,5) $\Leftrightarrow$
P (perímetro da caixa) = 2x + 7;
mas como P (perímetro da caixa) $\leq$12, então:

$$2x + 7 \leq 12$$

Obtivemos então uma condição que apresenta dois membros ligados pelo sinal $\leq$, a que damos o nome de **Inequação**, que iremos aprender a resolver.

Resolver uma inequação do 1º grau com uma incógnita é determinar o conjunto de todos os valores da incógnita que transformam a inequação numa desigualdade verdadeira.

O conjunto dos valores encontrados é o conjunto solução da inequação.

A linguagem utilizada nas inequações é muito semelhante àquela usada nas equações. Assim, na inequação:

$$\underbrace{2x + 7}_{1º\ membro} \leq \underbrace{12}_{2º\ membro}$$

{ 2x e 7 são termos do 1º membro
12 é termo do 2º membro

Método de resolução de uma inequação

Para resolver uma inequação temos que isolar a incógnita num dos membros da inequação, como se faz nas equações, tendo sempre presente propriedades já estudadas.

Propriedade 1:

Quando se adiciona (ou subtrai) o mesmo número aos dois membros de uma desigualdade, o sentido da desigualdade mantém-se.

Exemplo:
3x + 12 > 10 ⇔

3x +12 **– 12** > 10 **– 12** ⇔

3x > -2

Simplificando:

Esta propriedade pode ser traduzida por uma regra prática:

3x + 12 > 10 ⇔

3x > 10 - 12 (O termo independente passa para o 2º membro trocando o sinal)

Propriedade 2:

Quando se multiplica (ou divide) por um mesmo número positivo os dois membros de uma desigualdade, o sentido da desigualdade mantém-se.

Exemplo:

$3x > -2 \Leftrightarrow$

$\frac{1}{3} \times 3x > \frac{1}{3} \times (-2) \Leftrightarrow$

$x > -\frac{2}{3}$

Propriedade 3:

Quando se multiplica (ou divide) por um mesmo número negativo os dois membros de uma desigualdade, o sentido da desigualdade passa ao sentido inverso.

Exemplo:

$-2x < 3 \Leftrightarrow$

$-\frac{1}{2} \times (-2)x > -\frac{1}{2} 3 \Leftrightarrow$

$x > -\frac{2}{3}$

Vamos, então, resolver a inequação: $2x + 7 \leq 12$

$2x \leq 12-7 \Leftrightarrow$

Isolam-se os termos com incógnita num dos membros, passando-se os termos sem incógnita para o outro membro, com troca de sinal.

$2x \leq 5 \Leftrightarrow$

Reduzem-se os termos semelhantes. Dividem-se ambos os membros por 2;
O sentido da inequação mantém-se.

$x \leq \frac{5}{2}$

Os números menores que $\frac{5}{2}$ são soluções da inequação dada.

Teorema de Pitágoras

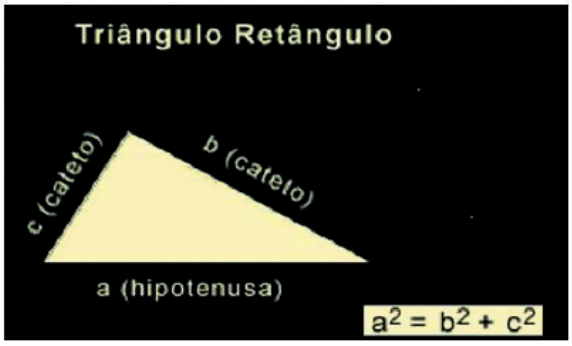
Pensa-se que este teorema foi descoberto na Babilónia entre 1900-1600 AC. Pitágoras (560-480 AC), ou algum dos seus seguidores fizeram dele aplicação e talvez tenham feito mesmo a primeira demonstração. Contudo a primeira demonstração que chegou até nós foi feita por Euclides (300 AC) nos seus Elementos .
No fundo, quase todas as demonstrações se fundamentam no facto de as somas das áreas de dois quadrados pequenos construídos nos lados menores ser igual ao quadrado maior construído sobre a hipotenusa

Algebricamente teremos: $a^2+b^2=c^2$

Estão já publicadas 367 demonstrações deste importante teorema (NCTM em 1968). Apresentaremos algumas delas (as mais acessíveis).

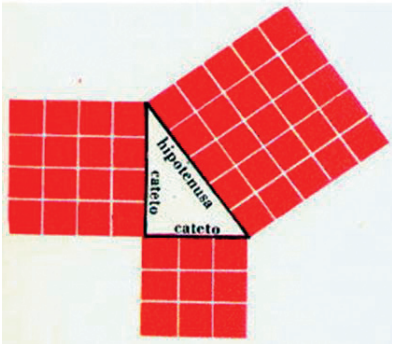
O **Teorema de Pitágoras** diz-nos que:

> Num triângulo rectângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.



Demonstração 1:

Somando os quadradinhos dos quadrados menores, que correspondem aos catetos, vê-se que o seu número é igual aos do quadrado maior, cujo lado constitui a hipotenusa de um triângulo.



Ou seja: $42 + 32 = 52 \Leftrightarrow 16 + 9 = 25 \Leftrightarrow 25 = 25$

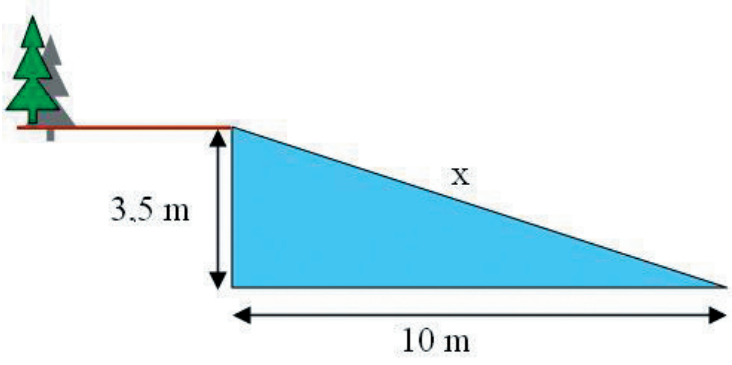
Teorema de Pitágoras: $\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$

Existe uma pequena frase que nos ajuda a fixar esta fórmula:

A caminho de Siracusa disse Pitágoras aos seus netos, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Vamos ver o seguinte exemplo de aplicação:

Durante o percurso de casa à farmácia a dona Maria tem que percorrer uma rampa. Queremos saber quanto mede essa rampa, utilizando os dados da figura.



Observando a figura, podemos constatar que a rampa faz com o solo um triângulo rectângulo, assim usamos o Teorema de Pitágoras para determinar quanto mede a rampa.

Resolução:

$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$

substituindo os valores na fórmula vem que:

$X^2 = (3,5)^2 + 10^2 \Leftrightarrow$

$X^2 = 12,25 + 100 \Leftrightarrow X^2 = 112,25$

Chegando a esta situação, ainda não temos o comprimento da rampa, para isso precisamos de nos livrarmos do x^2, para tal, e como o inverso de uma potência ao quadrado é a raiz quadrada vamos aplicar a raiz no valor.

Assim sendo:

A rampa mede 10,6 metros de comprimento.

$$x = \sqrt{112.25} \Leftrightarrow x = 10,6 \; apr$$

TRIGONOMETRIA

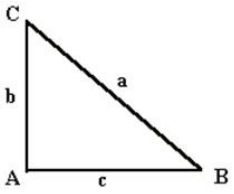
Trigonometria - do grego *trigonos*- triângulo – e *metr*, raiz de *metreo* – medir.

" *É, fundamentalmente, a ciência que trata das medidas dos triângulos. Para isso, estuda as relações entre os lados e os ângulos (…). Como ciência que trata das medidas dos triângulos, a trigonometria tem por objecto fundamental o cálculo dos elementos de um triângulo (…). A sua necessidade é imposta pelo cálculo de distâncias e ângulos inacessíveis sobre o terreno e na abóbada celeste.*"

(In "Trigonometria", Enciclopédia Luso-Brasileira)

Em Matemática os nomes ou designações não são fruto do acaso, procurou-se sempre através do nome, dar uma ideia do conteúdo...a palavra *trigonometria* pode justificar-se como *tri (três)+ gono (lado)+ metria(medida)*... De facto a sua origem pretendia relacionar os lados com os ângulos num triângulo.

Vamos começar por definir algumas dessas relações e para isso servimo-nos da seguinte figura.



1. Vamos chamar **seno** de um ângulo ao quociente entre as medidas do cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa. Assim teremos:

$$\text{sen}B = \frac{b}{a} \quad \text{e ainda :} \quad \text{sen}C = \frac{c}{a}$$

2. Designaremos **co-seno** de um ângulo como sendo o quociente entre o cateto adjacente e a hipotenusa. Assim:

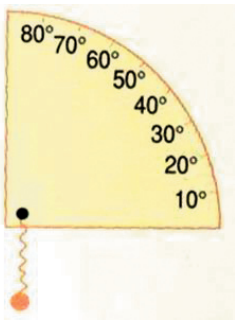
$$\cos B = \frac{c}{a} \quad \text{e ainda :} \quad \cos C = \frac{b}{a}$$

3. Designamos tangente de um ângulo como sendo o quociente entre o cateto oposto e o adjacente, assim:

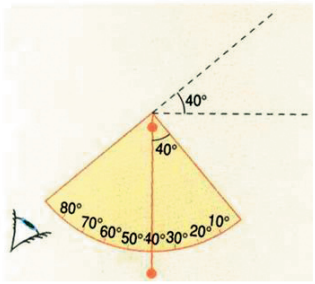
$$\text{tg}B = \frac{b}{c} \quad \text{e ainda :} \quad \text{tg}C = \frac{c}{b}$$

Como construir um medidor de ângulos?

Corta-se um quarto de círculo em cartão e gradua-se de 0º a 90º com uma transferidor. Faz-se um furo junto ao vértice do ângulo recto e prende-se um fio com um chumbo na outra extremidade.



Na figura ao lado, mostra como utilizar o medidor para recolher um determinado ângulo.



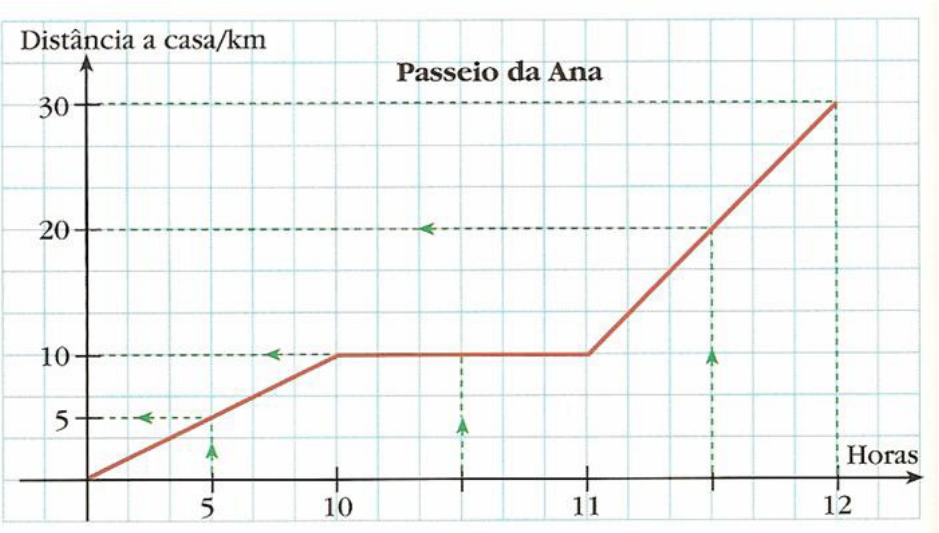
Com este pequeno "objecto caseiro", podes obter qualquer ângulo, desde que correctamente utilizado, e assim, com o auxílio da trigonometria calcular uma determinada altura que até então seria mais complicado….

Nota: *Os valores que se obtêm são valores aproximados e não valores exactos.*

Representação de funções

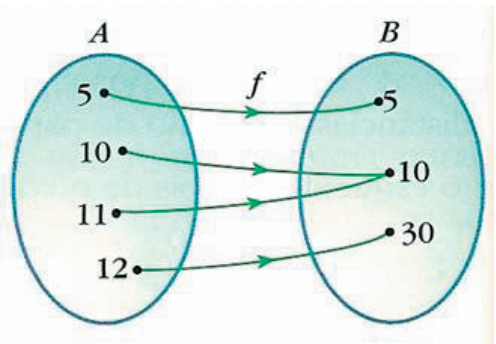
Todos os fenómenos que observamos estão relacionados uns com os outros.
A temperatura ambiente depende da hora do dia; o rendimento do capital depende da taxa de juro; o espaço percorrido por um móvel depende do tempo; a área de um quadrado depende do lado, etc.
As diferentes variáveis que intervêm num fenómeno estão intimamente relacionadas e podem ser determinadas umas, conhecidas as outras.
Correspondências deste tipo estiveram na origem do conceito de função.
A palavra função parece ter sido introduzida por Leibnitz (1646-1716).
O matemático suíço Euler (1707-1783) foi o primeiro a adoptar a expressão para o valor da função.

■ **Noção de função. Conjuntos de uma função**.
No gráfico de uma viagem verifica-se que a cada "tempo" corresponde uma e uma só "distância".



Exemplo:
Considerem-se alguns tempos e distâncias:

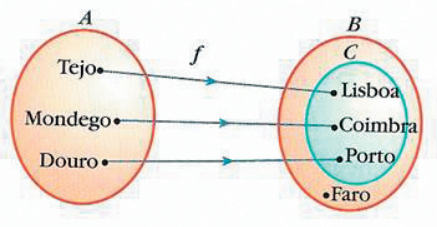
Estabeleceu-se uma correspondência, que se representou por f, entre o conjunto A e o conjunto B. A esta correspondência chama-se função.



Dá-se o nome de **função** a uma correspondência entre um conjunto A e um conjunto B que a cada elemento do conjunto A faz corresponder um e só um elemento do conjunto B.

Numa função podemos considerar **três** conjuntos:

- O domínio;
- O contradomínio;
- O conjunto de chegada.



- Ao *conjunto A* chamamos conjunto de partida ou **domínio da função** e representa-se por *Df*.

  Df = {Tejo, Mondego, Douro}

- Ao *conjunto B* chamamos **conjunto de chegada** da função.

  Conjunto de chegada de *f* = {Lisboa, Coimbra, Porto, Faro}

- Ao *conjunto C* chamamos **contradomínio da função** e representa-se por *D'f*.

  D'f = {Lisboa, Coimbra, Porto}

- Aos elementos do domínio chamamos **objectos**.
- Aos elementos do contradomínio chamamos **imagens**.

O contradomínio de uma função é o conjunto das imagens.

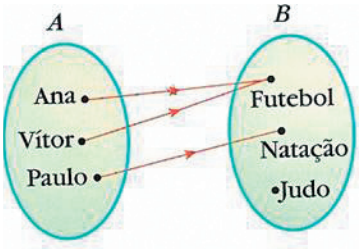
Exemplo: Verifiquemos se é função:

Sim, é uma função porque a cada elemento do conjunto A corresponde um e um só elemento do conjunto B.

Df = {Ana, Vítor, Paulo}

Conjunto de chegada de *f* = {Futebol, Natação, Judo}

D'f = {Futebol, Natação}

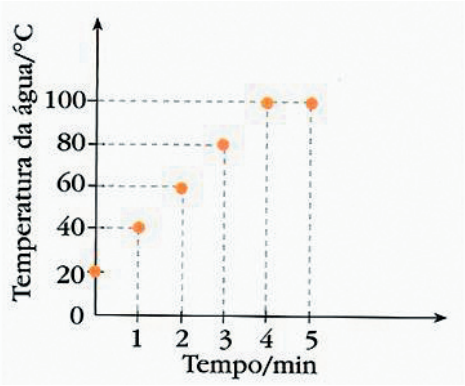


■ Modos de definir uma função

- Por uma tabela

Lado do quadrado	Área
1	1
2	4
3	9
4	16

- Por um gráfico



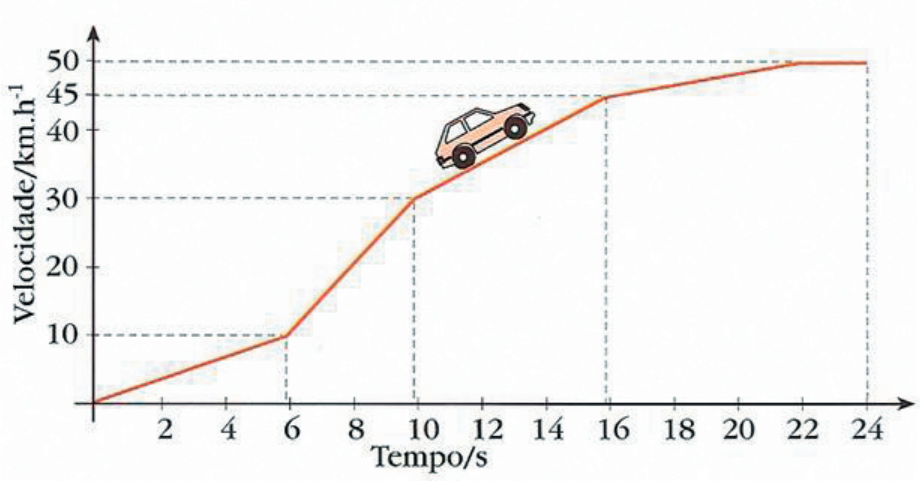
No eixo horizontal representam-se valores da variável que se designa por **variável independente** e no eixo vertical representam-se os valores da variável que se designa por **variável dependente**.

$$f : x \to y = 2x$$

x → Variável independente

y → Variável dependente.

Exemplo:



consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

O gráfico mostra como aumenta a velocidade de um carro quando se inicia o movimento. As quatro secções do gráfico indicam a velocidade correspondente ao tempo em que o carro andou em 1ª, 2ª, 3ª e 4ª velocidades.

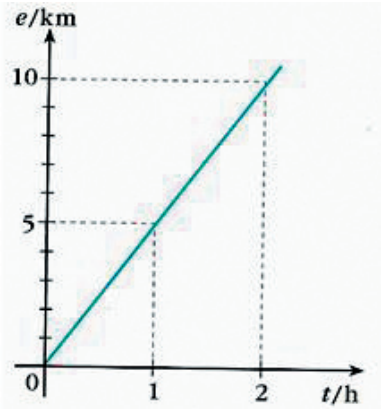
A variável independente é o tempo.
A variável dependente é a velocidade.
Verificou-se uma maior variação de velocidade quando o carro andou em 2ª (30-10=20).

Funções cujos gráficos são rectas

■ **Função linear**

O gráfico de uma função obtêm-se marcando num referencial o conjunto dos pares ordenados.
Se o gráfico de uma função é uma recta, para a representarmos graficamente apenas precisamos de conhecer dois dos pontos do gráfico.
Imaginemos um ciclista que se move à velocidade de 5km/h.

Ao fim de uma hora teria andado 5km, duas horas, 10km, …. . Como mostra a representação gráfica a seguir:

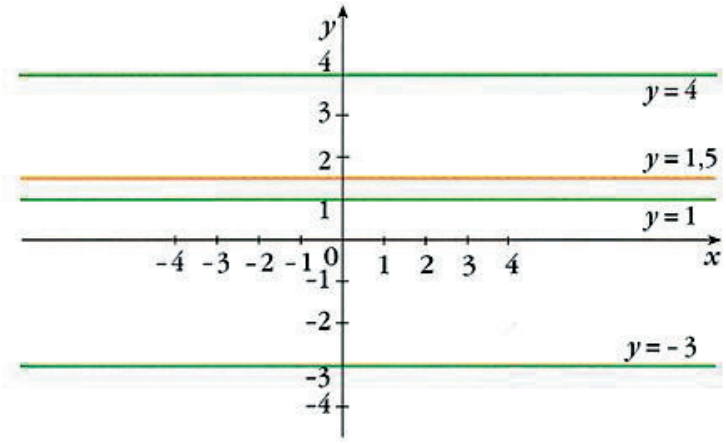


A função $f : x \to y = 5x$ terá por gráfico uma recta, que contém a semi-recta que representa a viagem referida.
Qualquer função do tipo $f : x \to y = Kx$, (k constante) tem por gráfico uma recta que contém a origem.

Chama-se função linear a toda a função cujo

gráfico é uma recta que contém a origem

O gráfico de uma função constante é uma recta paralela ao eixo dos xx, como vemos a seguir:

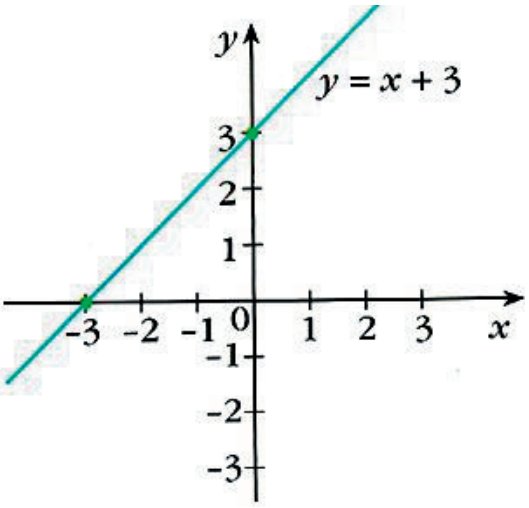


■ **Função Afim**

Chama-se função Afim a toda a função cujo gráfico é uma recta. E é do tipo

$f : x \to y = ax + b$ onde a,b $\in \Re$

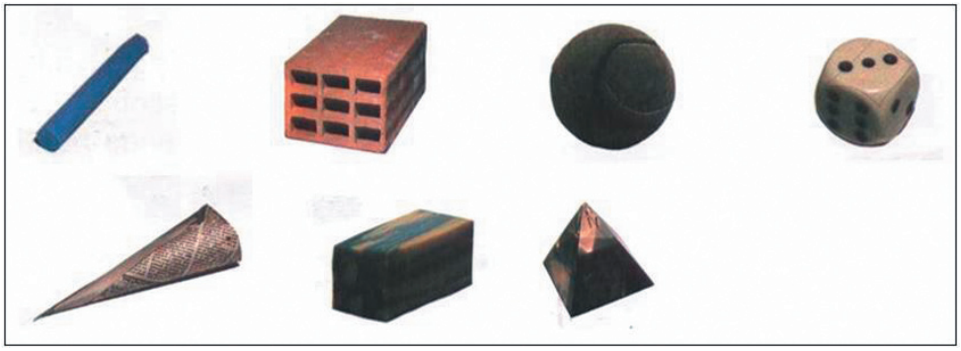
Exemplo:



Sólidos geométricos

O objectivo fundamental da Geometria é o estudo da forma.

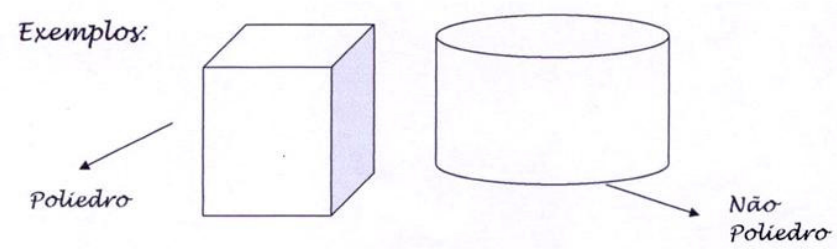
No nosso dia-a-dia observamos e utilizamos constantemente diversos objectos, cuja forma apresenta determinadas características geométricas, que podemos identificar.



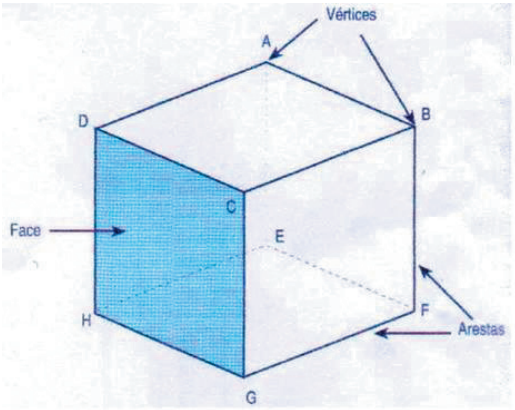
Os Sólidos geométricos podem ser:

Poliedros – são sólidos geométricos limitados exclusivamente por superfícies planas, chamadas faces.

Não Poliedros – são sólidos geométricos limitados só por superfícies curvas, ou, por superfícies curvas e planas.



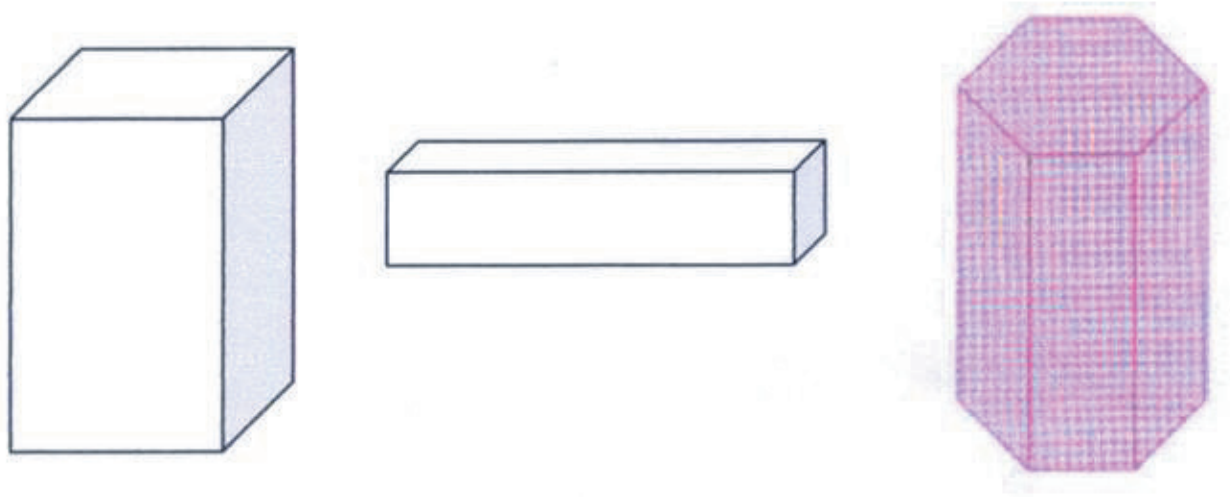
Os elementos que de um poliedro são: **faces, arestas e vértices**. A face que assenta numa superfície designa-se por **base**, bem como a oposta (se existir). As restantes são **faces laterais**.



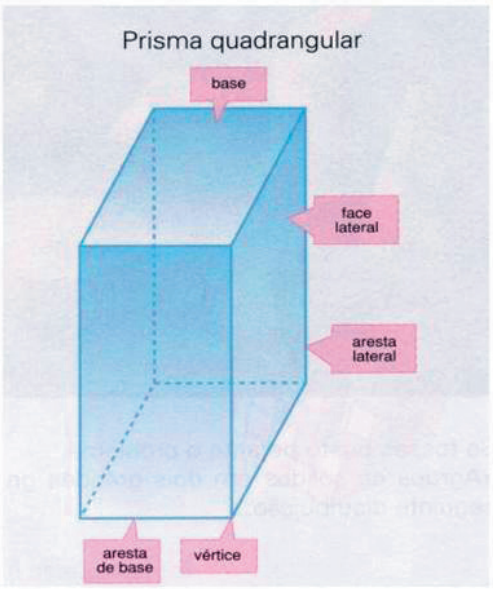
PRISMAS

Poliedros cujas faces laterais são paralelogramos e os polígonos das bases são iguais e paralelos.

Exemplos:



Elementos de um prisma:

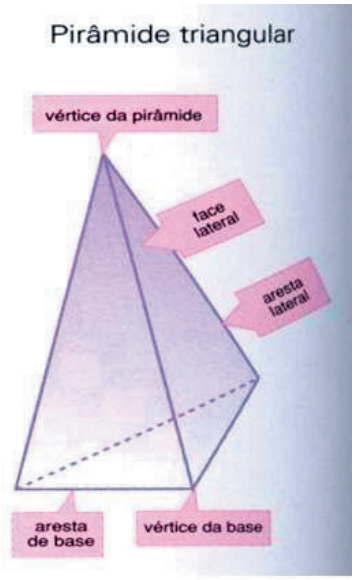


Classificação dos prismas: os prismas são designados pelo nome do polígono de base:

Base	*Prismas*
2 triângulos	*Prisma triangular*
2 quadrados	*Prisma quadrangular*
2 pentágonos	*Prisma pentagonal*
2 hexágonos	*Prisma hesagonal*

PIRÂMIDES

Poliedros cuja base é um polígono qualquer e as faces laterais são sempre triângulos.



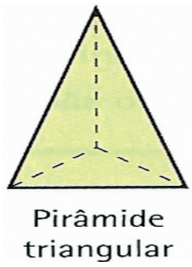
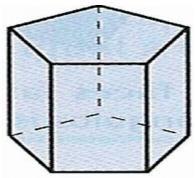
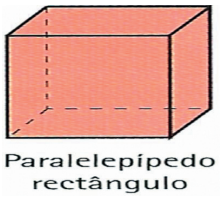
Classificação das pirâmides: os prismas são designados pelo nome do polígono de base:

Base	*Pirâmide*
1 triângulo	*Pirâmide triangular*
1 quadrado	*Pirâmide quadrangular*
1 pentágono	*Pirâmide pentagonal*
1 hexágono	*Pirâmide hesagonal*

Na pirâmide, o número de:

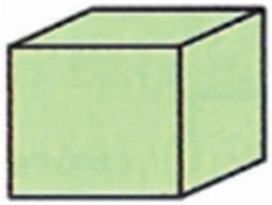
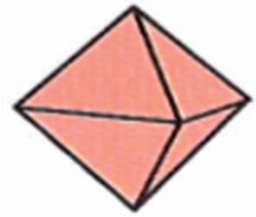
- Faces laterais é o mesmo que o número de lados do polígono da base;
- Arestas é o dobro do número de lado do polígono da base;
- Vértices é o mesmo que o número de faces.

POLIEDROS

 Pirâmide triangular	Poliedro constituído por uma base poligonal e por faces laterais triangulares, que concorrem num ponto que não pertence ao plano da base, chamado "vértice da pirâmide". Conforme a sua base, a pirâmide diz-se: triangular, quadrangular, pentagonal, etc.
 Prisma pentagonal	É um poliedro constituído por duas bases poligonais iguais e paralelas e por faces laterais que são paralelogramos. Conforme a figura da base, o prisma diz-se: pentagonal, triangular, hexagonal, etc.
 Paralelepípedo rectângulo	É um prisma quadrangular cujas bases são paralelogramos. O paralelepípedo rectângulo é o paralelepípedo recto cujas bases são rectângulas.

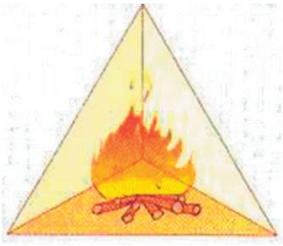
- **Poliedros regulares**

Num **poliedro regular** as faces são polígonos regulares (polígono que tem os lados e ângulos iguais) iguais.

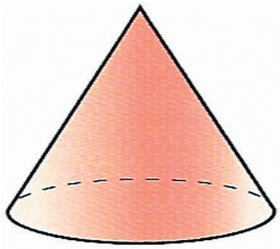
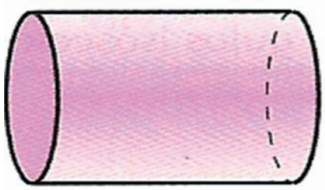
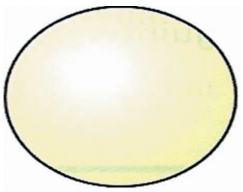
Tetraedro	Poliedro regular constituído por quatro faces triangulares iguais.
 Cubo	Poliedro regular constituído por seis faces quadradas iguais.
 Octaedro	Poliedro regular constituído por oito faces triangulares iguais.
Dodecaedro	Poliedro regular constituído por doze faces pentagonais iguais.
Icosaedro	Poliedro regular constituído por vinte faces triangulares iguais.

São os chamados **sólidos platónicos**.

O nome de sólidos platónicos atribuídos aos cinco poliedros regulares é uma homenagem a **Platão** (427-327 a.C.) que, de acordo com o pensamento da época, reduz toda a diversidade das coisas naturais a quatro elementos ou "princípios": terra, água, ar e fogo e junta-lhe um quinto elemento o cosmos (estrelas e planetas do céu), identificando os átomos de cada um desses elementos com os cinco poliedros regulares existentes.

Tetraedro	→	Fogo	
Cubo	→	Terra	
Octaedro	→	Ar	
Icosaedro	→	Água	
Dodecaedro	→	Universo	

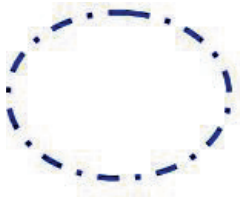
- **Não poliedros** (têm alguma superfície curva)

 Cone	É o sólido gerado por um triângulo rectângulo que roda em torno de um dos seus catetos até dar uma volta completa.
 Cilindro	É o sólido gerado por um rectângulo que roda em torno de um dos seus lados até dar uma volta completa.
 Esfera	É o sólido gerado por um semicírculo que roda em torno do seu diâmetro até dar uma volta completa.

Sólidos geométricos

Para a realização de construções geométricas temos que ter em consideração alguns *conceitos matemáticos*.

Circunferência de centro C e raio *r* é o lugar geométrico de todos os pontos do plano que estão à mesma distância r de um ponto fixo C.

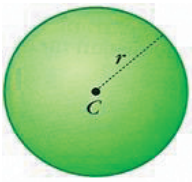


- A linha a tracejado vermelha é a circunferência.

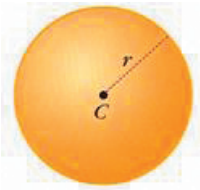
Círculo de centro C e raio r é o lugar geométrico de todos os pontos do plano que estão a uma distância menor ou igual a r de um ponto fixo C.

- O círculo é o que vemos a azul.

Superfície esférica é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão à distância r do ponto C.



Esfera é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância de C menor ou igual a r.

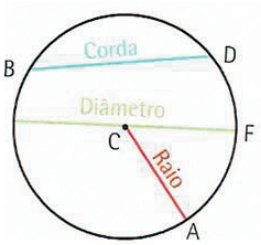


Chamamos **raio** ao segmento de recta que une um ponto qualquer da circunferência com o seu centro.

Corda é qualquer segmento de recta cujas extremidades são dois pontos da circunferência.

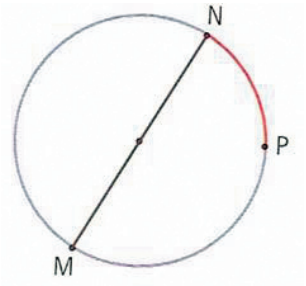
Diâmetro é a corda que passa pelo centro da circunferência.

Como vemos na seguinte figura:



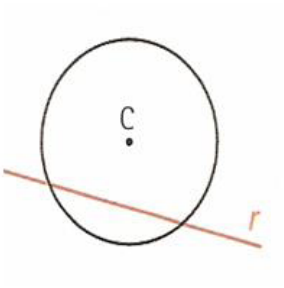
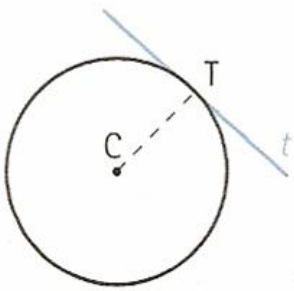
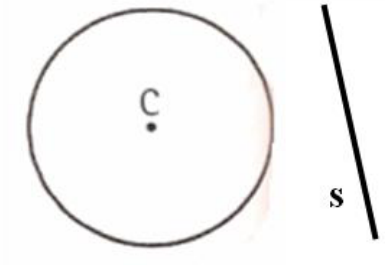
- [CA] é o raio.
- [BD] é uma corda.
- [EF] é um diâmetro.

Arco da circunferência é qualquer porção da circunferência compreendida entre dois pontos que se dizem extremidades do arco.

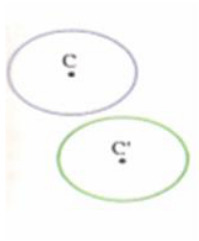
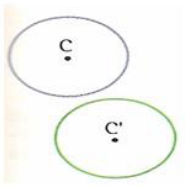
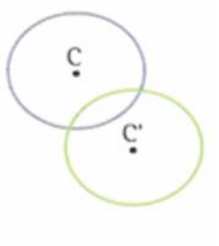
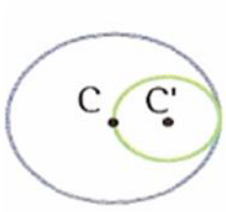


- [NP] é um arco da circunferência.

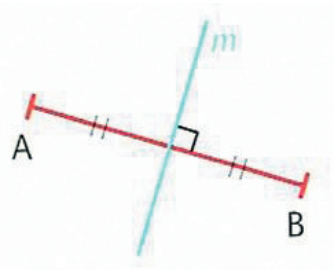
Posição relativa de uma recta e de uma circunferência

A recta r intersecta a circunferência de centro C, em dois pontos; r é secante à circunferência.	A recta t intersecta a circunferência no ponto T; t é **tangente** à circunferência à circunferência em T.	A recta s não intersecta a circunferencia de centro C; s é **exterior** à circunferência.
		

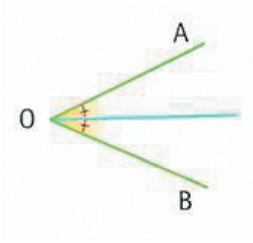
Posição relativa de duas circunferências

As circunferências são **exteriores.**	As circunferências são **tangentes exteriores.**	As circunferências são **secantes.**	As circunferências são **tangentes interiores.**	As circunferências são **concêntricas.**
				

Mediatriz é o conjunto de todos os pontos do plano equidistantes de A e de B.

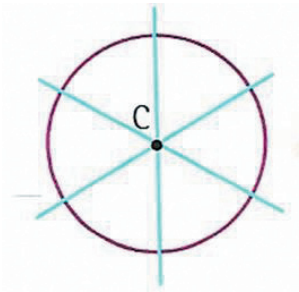


Bissectriz é o conjunto de pontos de um ângulo equidistantes dos lados do ângulo.

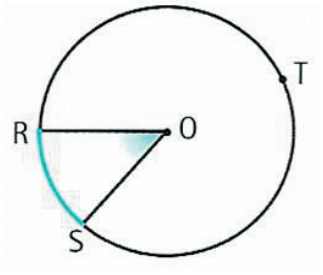


Toda a recta que passa pelo centro da circunferência é o eixo de simetria da circunferência.

A circunferência tem uma infinidade de eixos de simetria.



O $\sphericalangle$ ROS é um **ângulo ao centro** que intersecta o arco da circunferência RS (a azul na figura).

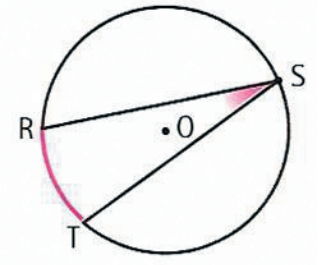


O arco **RS** diz-se **arco correspondente** do ângulo ao centro ROS.

Ângulo ao centro numa circunferência é o que tem o vértice no centro da circunferência e os seus lados contém raios.

Representando a **amplitude do arco RS** por $\widehat{RS}$, podemos escrever: $R\hat{O}S = \widehat{RS}$, isto é, a amplitude do ângulo ao centro é igual à amplitude do arco correspondente.

O $\sphericalangle$ RTS é um **ângulo inscrito** que intersecta o arco de circunferência RS.



Ângulo inscrito numa circunferência é o que tem vértice na circunferência e os lados contêm cordas.

O arco RTS é o arco capaz do ângulo inscrito RTS.

Polígonos

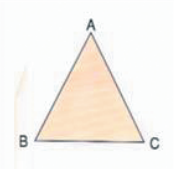
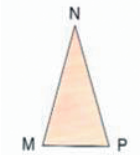
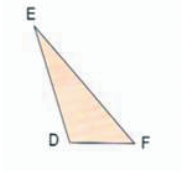
Um polígono é uma superfície limitada por uma linha fechada.

Num polígono há a considerar os **lados, vértices e ângulos**.

Em qualquer polígono o número de lados, o de vértices e o de ângulos é sempre o mesmo. Os polígonos classificam-se de acordo com o **número de lados**.

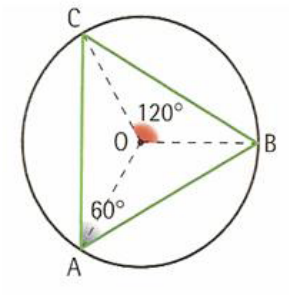
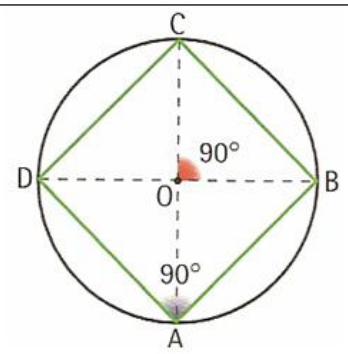
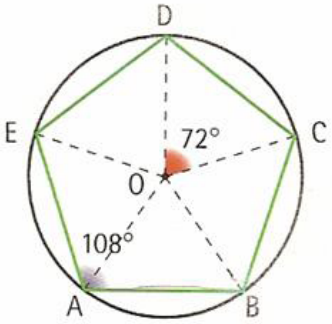
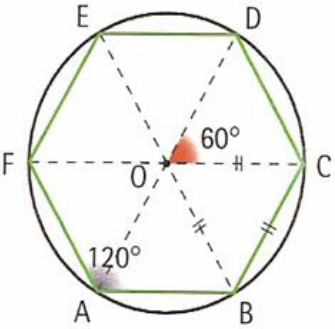
	Nome	Nº de lados	Nº de vértices	Nº de ângulos
	Triângulo	3	3	3
	Quadrilátero	4	4	4
	Pentágono	5	5	5
	Hexágono	6	6	6
	Heptágono	7	7	7
	Octógono	8	8	8

Classificação de triângulos

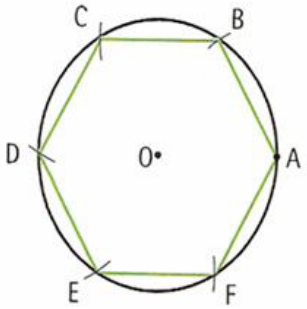
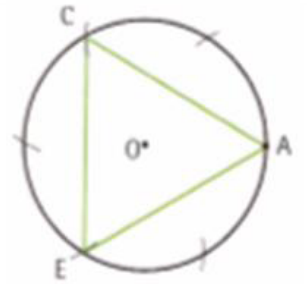
Triângulo Equilátero		Um triângulo que tem três lados geometricamente iguais.
Triângulo Isósceles $\overline{MN} = \overline{NP} \neq \overline{MP}$		Um triângulo que tem dois lados geometricamente iguais e um diferente.
Triângulo Escaleno $\overline{DE} \neq \overline{EF} \neq \overline{DF}$		Um triângulo que tem os três lados diferentes.

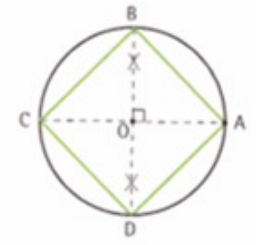
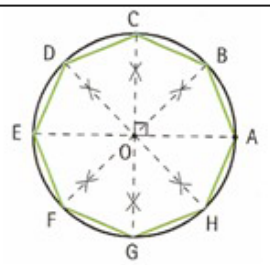
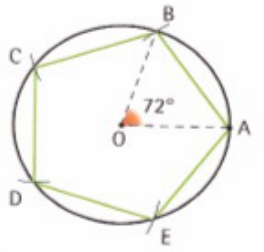
Polígonos regulares (construção)

Polígono regular é um polígono que tem os lados e os ângulos internos todos iguais.
Um **polígono regular** pode inscrever-se sempre numa circunferência.

Triângulo	$\measuredangle BOC \rightarrow$ ângulo ao centro: $B\hat{O}C = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ $\measuredangle CAB \rightarrow$ ângulo inscrito: $C\hat{A}B = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$	
Quadrado	$\measuredangle BOC \rightarrow$ ângulo ao centro: $B\hat{O}C = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ $\measuredangle DAB \rightarrow$ ângulo inscrito: $D\hat{A}B = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$	
Pentágono	$\measuredangle DOC \rightarrow$ ângulo ao centro: $D\hat{O}C = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ $\measuredangle EAB \rightarrow$ ângulo inscrito: $E\hat{A}B = \frac{216^\circ}{2} = 108^\circ$	
Hexágono	$\measuredangle DOC \rightarrow$ ângulo ao centro: $D\hat{O}C = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ $\measuredangle FAB \rightarrow$ ângulo inscrito: $F\hat{A}B = \frac{240^\circ}{2} = 120^\circ$ O lado do hexágono é igual ao raio.	

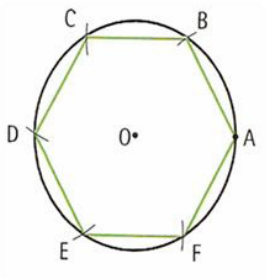
Construção de alguns polígonos regulares inscritos numa circunferência

Hexágono regular inscrito	Desenhar uma circunferência de centro O passando pelo ponto A. Marcar na circunferência, usando o compasso, os pontos B, C, D, E, e F, tais que: $\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FA}$ Unir os pontos A, B, C, D, E, F e A.	
Triangulo equilátero inscrito	Proceder como no hexágono. Unir "ponto sim, ponto não", isto é, unir, por exemplo, A, C, E e A.	

Quadrado inscrito	Desenhar uma circunferência de centro O passando pelo ponto A. Traçar os diâmetros [AC] e [BD], perpendiculares. Unir os pontos A, B, C, D e A.	
Octógono regular inscrito	Proceder como no quadrado. Traçar as bissectrizes dos quatro ângulos ao centro, rectos. Unir os pontos A, B, C, D, E, F, G, H e A.	
Pentágono regular inscrito	Desenhar uma circunferência de centro O passando pelo ponto A. Unir O com A. Usar o transferidor e marcar o ângulo ao centro, $A\hat{O}B = 72^{\circ}$. Com o compasso, com uma abertura igual ao arco AB, marcar a partir de A ou de B os pontos C, D, e E. Unir os pontos A, B, C, D, E e A.	

Procedimentos específicos para a construção de algumas figuras geométricas

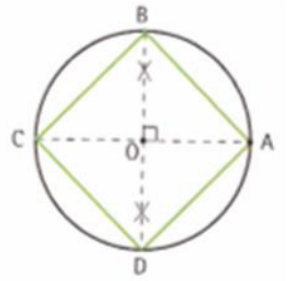
<u>Como construir o hexágono:</u>



Desenhe uma circunferência de centro O passando pelo ponto A, onde $\overline{OA} = 2{,}5\ cm$.
Marque na circunferência, usando o compasso, os pontos B, C, D, E e F tais que: $\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FA} = 2{,}5\ cm$
Una os pontos A, B, C, D, E, F e A, como mostra a figura ao lado.

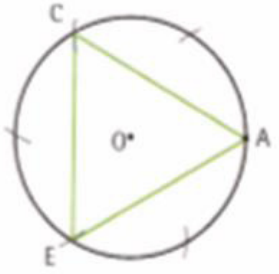
Como construir o quadrado:

Desenhe uma circunferência de centro O passando pelo ponto A, onde $\overline{OA}$ = 2,5 *cm* .
Com o compasso centro em A e com uma abertura de 3,5 *cm* trace um pequeno arco em cima e em baixo do centro O.
Com o compasso centro em C e com uma abertura de 3,5 *cm* trace um pequeno arco em cima e em baixo do centro O.
Com o compasso centro em B e com uma abertura de 3,5 *cm* trace um pequeno arco em cima e em baixo do centro O.
Com o compasso centro em D e com uma abertura de 3,5 *cm* trace um pequeno arco em cima e em baixo do centro O.
Trace os diâmetros [AC] e [BD], perpendiculares.
Una os pontos A, B, C, D e A, como mostra a figura ao lado.



Como construir o triângulo:

Proceda como no hexágono.
Una “ponto sim, ponto não”, isto é, una, por exemplo, A, C, E e A.
Como mostra a figura ao lado.

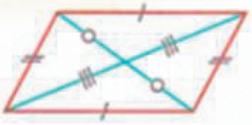


consultua
Ensino e Formação Profissional, Lda

Características dos Quadriláteros

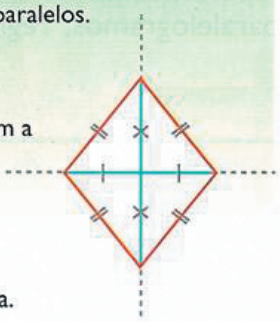
PARALELOGRAMO OBLIQUÂNGULO

- Os lados opostos são paralelos.
- Os lados opostos têm igual comprimento.
- Os ângulos opostos têm igual amplitude.
- As diagonais cortam-se ao meio.
- Não tem eixos de simetria.



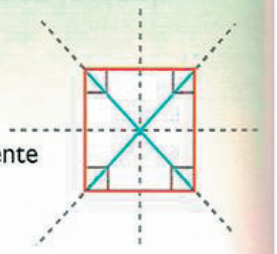
LOSANGO

- Paralelogramo com os 4 lados geometricamente iguais.
- Os lados opostos são paralelos.
- Os 4 lados têm igual comprimento.
- Os ângulos opostos têm a mesma amplitude.
- As diagonais são perpendiculares e cortam-se ao meio.
- Tem 2 eixos de simetria.



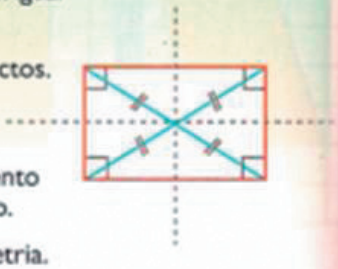
QUADRADO

- Paralelogramo com 4 ângulos rectos e os 4 lados geometricamente iguais.
- Os lados opostos são paralelos.
- Os 4 lados têm igual comprimento.
- Os 4 ângulos são rectos.
- As diagonais são perpendiculares, cortam-se ao meio e são geometricamente iguais.
- Tem 4 eixos de simetria.



RECTÂNGULO

- Paralelogramo com 4 ângulos rectos.
- Os lados opostos são paralelos.
- Os lados opostos têm igual comprimento.
- Os 4 ângulos são rectos.
- As diagonais têm o mesmo comprimento e cortam-se ao meio.
- Tem 2 eixos de simetria.



Semelhança de Figuras

Nota histórica

Os antigos egípcios e babilónios já conheciam as propriedades relativas às razões entre os lados dos triângulos semelhantes.

Aplicando as propriedades dos triângulos semelhantes, Tales demonstrou aos sacerdotes egípcios a possibilidade de medir a altura das pirâmides.

Tales de Mileto (640 a.C. - 550 a.C.), matemático grego, contemporâneo de Pitágoras, utilizou raciocínios dedutivos nas suas demonstrações geométricas. Uma das suas conclusões foi:

" Os lados dos triângulos equiangulares são proporcionais."

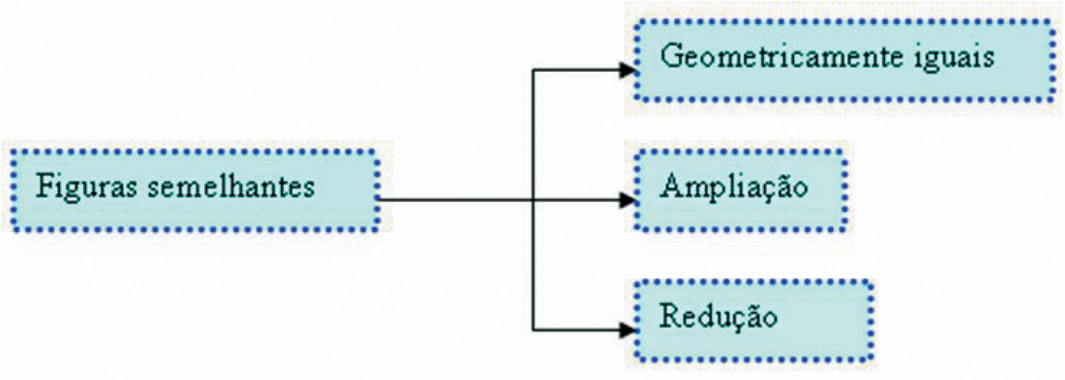
A geometria, na sua origem, estava ligada às medidas dos terrenos.

No Egipto, o rio Nilo saía das suas margens, desfazia as marcações e, depois das cheias, era necessário dividir de novo o terreno em parcelas, mantendo as áreas.

Também se encontram construções de casas exactamente iguais em civilizações pré-históricas, o que faz pensar que já nessa altura se dominavam técnicas de construção de figuras geométricas iguais.

De entre as figuras geométricas, a mais simples é o triângulo.

Duas figuras são semelhantes se:



Definição de semelhança

> Chamamos semelhanças do plano às transformações geométricas que aplicam ângulos em ângulos geometricamente iguais e segmentos em segmentos proporcionais.

Chamamos ***razão de semelhança*** ao quociente, constante, entre o comprimento de um segmento imagem e o comprimento do respectivo objecto.
Assim:

- Se $r > 1$ a semelhança é uma **ampliação**.
- Se $r = 1$ a semelhança é uma **isometria** (é uma transformação geométrica que conserva o comprimento dos segmentos e a amplitude dos ângulos).
- Se $r < 1$ a semelhança é uma **redução**.

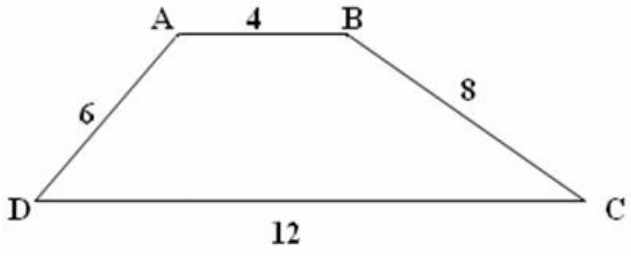
Analisando o que acontece ao sentido dos ângulos orientados quando se lhes aplica uma semelhança dizemos que:

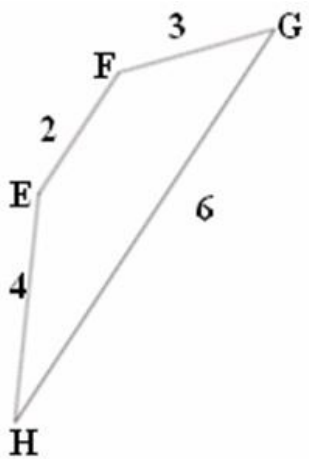
→ Uma semelhança é *positiva*, quando mantém o sentido dos ângulos orientados.
→ Uma semelhança é *negativa*, quando inverte o sentido dos ângulos orientados.

Exemplos:

Figuras negativamente semelhantes

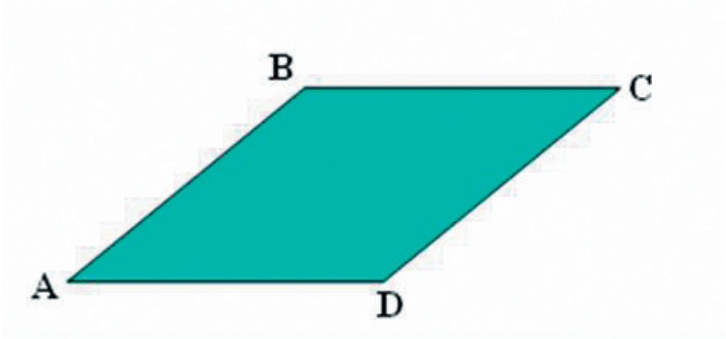
A figura da esquerda é negativamente semelhante à figura da direita porque tem segmentos proporcionais e o ângulo orientado tem o sentido inverso (o ângulo ……).

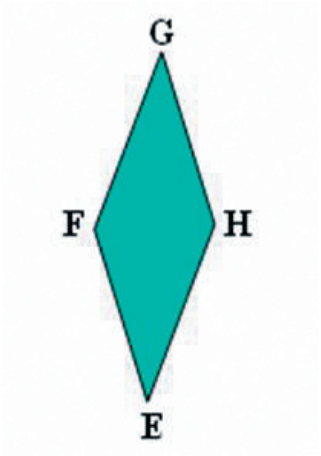




Figuras positivamente semelhantes

A figura da esquerda é positivamente semelhante à figura da direita porque tem segmentos proporcionais e o ângulo orientado tem o sentido **inverso (o ângulo ……)**.





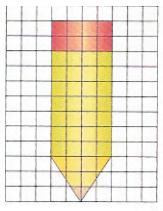
Na vida real podem-se observar muitas figuras semelhantes:

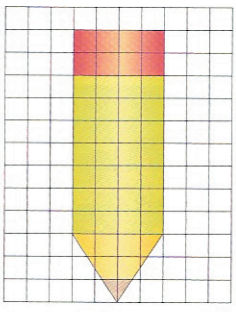
Construção de figuras semelhantes

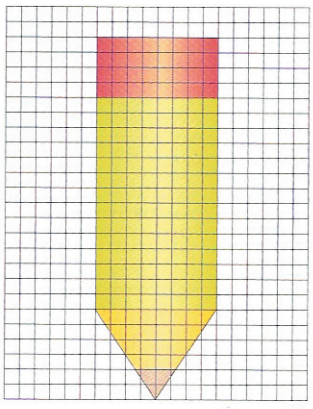
a) Usando quadrícula

A figura B é uma ampliação da figura A. A ampliação foi conseguida ampliando a quadrícula.

A figura C é uma ampliação da figura A. A ampliação foi conseguida substituindo uma quadrícula por duas.

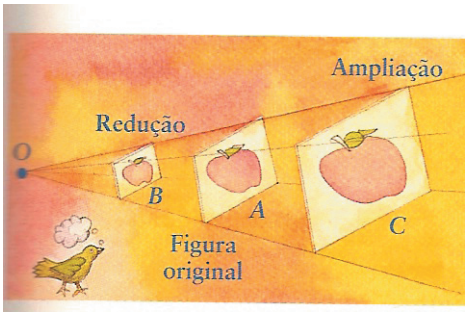

A


B


C

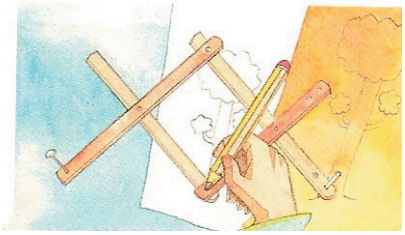
b) Método da Homotetia

Na figura ao lado mostra-se como é possível ampliar ou reduzir uma figura.
Pelo ponto O foram traçadas semi-rectas contendo pontos da figura.
Os segmentos correspondentes da figura A e da transformada são paralelos.



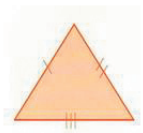
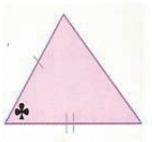
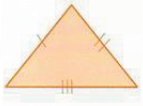
c) Pantógrafo

O Pantógrafo é um instrumento utilizado em muitas empresas para ampliar ou reduzir figuras.

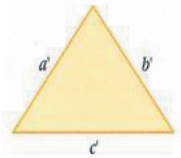
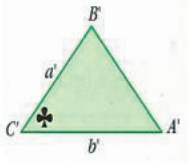
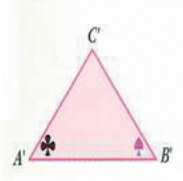
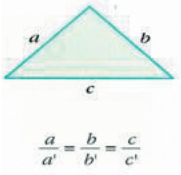
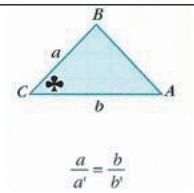
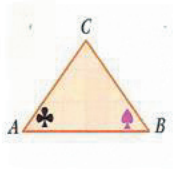


■ Semelhança de triângulos

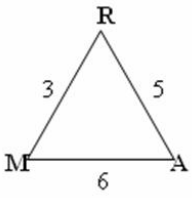
Casos de semelhança de triângulos

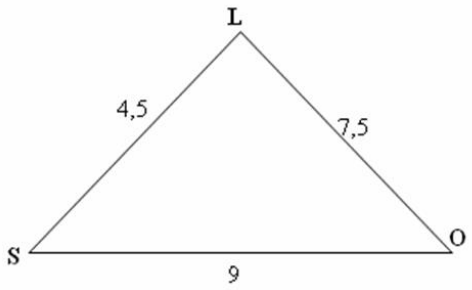
Dois triângulos são iguais se os três lados de um são iguais aos três lados do outro.	Dois triângulos são iguais se tiverem dois lados e o ângulo por eles formado iguais.	Dois triângulos são iguais se têm um lado igual e os outros dois ângulos adjacentes a esse lado iguais.
		
 l.l.l	l.a.l	a.l.a

Semelhança de triângulos

Dois triângulos são semelhantes se os três lados de um são proporcionais aos três lados do outro.	Dois triângulos são semelhantes se têm dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado igual.	Dois triângulos são semelhantes se têm dois ângulos iguais.
		
 $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$	 $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}$	

Exemplo: Na figura os números representam as medidas, em centímetros, dos segmentos a que estão associados.





Mostre que os triângulos são semelhantes e indique uma razão de semelhança que permita construir um a partir do outro.

Resposta:

Para verificarmos se os triângulos são semelhantes teremos de ver se os lados de um são proporcionais aos lados do outro.

Assim: $\frac{6}{9}=\frac{5}{7,5}=\frac{3}{4,5}$

→ Comprimentos dos três lados do triângulo [MAR] por ordem decrescente.

→ Comprimentos dos três lados do triângulo [SOL] por ordem decrescente.

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

Como,

$$7{,}5 = \frac{15}{2} \text{ e } 4{,}5 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{6}{9} = \frac{5}{\frac{15}{2}} = \frac{3}{\frac{9}{2}} \Leftrightarrow \frac{6}{9} = 5 \times \frac{2}{15} = 3 \times \frac{2}{9} \Leftrightarrow \frac{6}{9} = \frac{10}{15} = \frac{6}{9}$$

(dividindo o numerador e o denominador por 3 obtem-se)

$\Leftrightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ Como $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$, os triângulos são semelhantes. A razão de semelhança é $r = \frac{2}{3}$.

Raciocínio Matemático

Para melhor se perceber e compreender matemática e as suas componentes temos que lhe dar uma dinâmica que não existia há alguns anos atrás.
Assim, faz-se um apelo a um contexto no qual os formandos estão activamente envolvidos no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos através de explorações, de discussões, de descrições escritas e orais e de demonstrações.
A comunicação é parte integrante deste processo social. Discutem-se ideias, partilham--se descobertas, confirmam-se conjecturas e adquire-se conhecimento através da conversa, da escrita, da fala, da escuta e da leitura. O próprio acto de comunicar clarifica o pensamento e leva os formandos a envolverem-se na construção da matemática. Como tal, a comunicação é essencial para a aprendizagem e o conhecimento matemáticos.

Os tipos de raciocínio, indutivo ou dedutivo, são fundamentais para se fazer matemática, mas nem sempre são observáveis nas respostas orais ou nos trabalhos escritos dos formandos. É natural que os formandos façam conjecturas com base nos exemplos que viram ou em que trabalharam e desenvolvam argumentações a partir do que sabem ser verdade. Os formandos podem igualmente, ter noções intuitivas do raciocínio proporcional e de relações espaciais. Devem ser dadas a todos os formandos oportunidades explícitas para se envolverem num tal raciocínio intuitivo e informal e, portanto, qualquer avaliação das capacidades de raciocínio deve ser capaz de dar conta de tais processos.
As técnicas de avaliação devem avaliar em particular a utilização pelos formandos de diferentes tipos de raciocínio. Embora alguns aspectos do raciocínio possam ser mais adequados que outros num determinado ano, todos eles podem ser utilizados em qualquer nível de escolaridade. Nos primeiros anos, contudo, alguns aspectos podem apenas ser utilizados de uma forma intuitiva.

- Raciocínio indutivo

Vamos considerar a seguinte situação:

Cinco formandos receberam testes com percentagens de 62, 75, 80, 86 e 92%. Calcula a classificação média. Qual o aumento da classificação média se a percentagem de cada formando aumentar?
a) 1 Ponto
c) 8 Pontos
b) 5 Pontos
d) x pontos

Vamos escrever uma afirmação sobre quanto aumenta a média das classificações, se cada percentagem individual aumentar x pontos.

Resolução:
Em primeiro lugar vamos calcular a média aritmética com os valores acima:

$$\text{média classificações} = \frac{62 + 75 + 80 + 86 + 92}{5} = \frac{395}{5} = 79$$

De seguida vamos experimentando com outros valores, por exemplo:
- Aumentando uma décima a cada classificação

$$\text{média classificações} = \frac{62{,}1 + 75{,}1 + 80{,}1 + 86{,}1 + 92{,}1}{5} = \frac{395{,}5}{5} = 79{,}1$$

- Aumentando duas décimas a cada classificação

$$\text{média classificações} = \frac{62{,}2 + 75{,}2 + 80{,}2 + 86{,}2 + 92{,}2}{5} = \frac{396}{5} = 79{,}2$$

- Aumentando três décimas a cada classificação

$$\text{média classificações} = \frac{62{,}3 + 75{,}3 + 80{,}3 + 86{,}3 + 92{,}3}{5} = \frac{396{,}5}{5} = 79{,}3$$

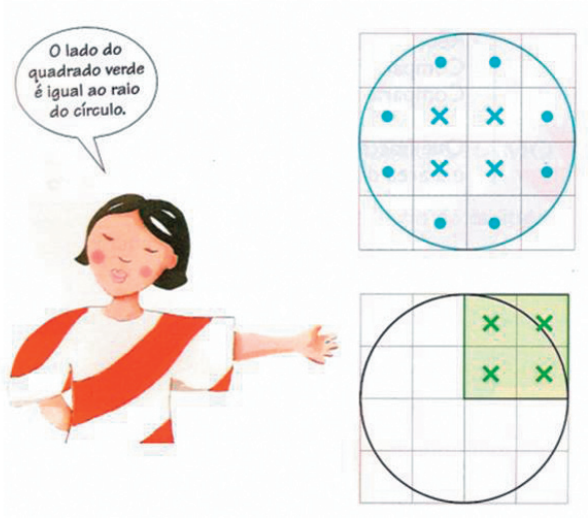
Após verificação dos resultados, verificamos que a cada décima que se aumente na classificação também aumenta uma décima na média final.

Algumas pessoas podem necessitar de mais do que três exemplos para formular uma conjectura. Este exercício dirige-se à capacidade das pessoas em generalizar a partir de casos específicos.

- **Raciocínio dedutivo**

Vamos observar os dois modelos da figura e tentar deduzir a fórmula da área do círculo ou explicar porque é que a fórmula $A = \pi r^2$ é plausível.

Resolução:
Por contagem dos quadrados de 1cm2 estima-se a área do círculo azul e calcula-se a área do quadrado verde. (contando os quadrados inteiros e os que são mais de meio quadrado.)



Área do círculo $\approx 12\ cm^2$

4 + 8 = 12

Área do quadrado $\approx 4cm$

Comparando a área do círculo azul com a área do quadrado verde observa-se que:
12 é o triplo de 4.

A área do círculo é aproximadamente tripla da área do quadrado cujo lado é o raio do círculo logo, $12 = 3 \times 2^2$.
Mas 2 é o raio do círculo, então $A \approx 3 \times r^2$

Tente fazer o mesmo para círculos de raios de 4cm, 6cm e 10cm. Registe o que observa.
Vai verificar com certeza que $3 \times r^2$ é uma boa estimativa da área do círculo.

As pessoas que consigam utilizar a relação entre a forma do quadrado, a sua área e a circunferência do círculo para deduzir a fórmula da área do círculo, demonstram um bom raciocínio dedutivo.

Uma argumentação é considerada plausível se estiver de acordo com o senso comum e se for matematicamente correcta.

Conceitos matemáticos

Os conceitos são a essência do conhecimento matemático. Só podemos dar significado à matemática se compreendermos os seus conceitos e significados ou as interpretações destes. Por exemplo, para percebermos o processo de subtrair números naturais com reagrupamento, precisamos de compreender o conceito de valor de posição.

Uma compreensão de conceitos matemáticos envolve mais do que a simples memorização de definições e do reconhecimento de exemplos comuns.

Devemos saber distinguir as propriedades relevantes e não relevantes de um conceito, para seleccionar exemplos e contra-exemplos, para representar conceitos de várias formas e para reconhecer os seus vários significados.

1- **Reconhecer diferentes interpretações de conceitos; utilizar diagramas para representar conceitos; fazer a tradução entre vários modos de representação**.

Completar cada diagrama da figura de modo a representar $\frac{2}{5}$.

Esta tarefa avalia o reconhecimento dos vários significados e interpretações de uma dada fracção. Também requer a tradução entre modos simbólicos e pictóricos de representação e a utilização de diagramas para representar conceitos.

As pessoas que conseguirem representar uma dada fracção entre todos estes contextos demonstram uma compreensão ampla do significado de fracção.

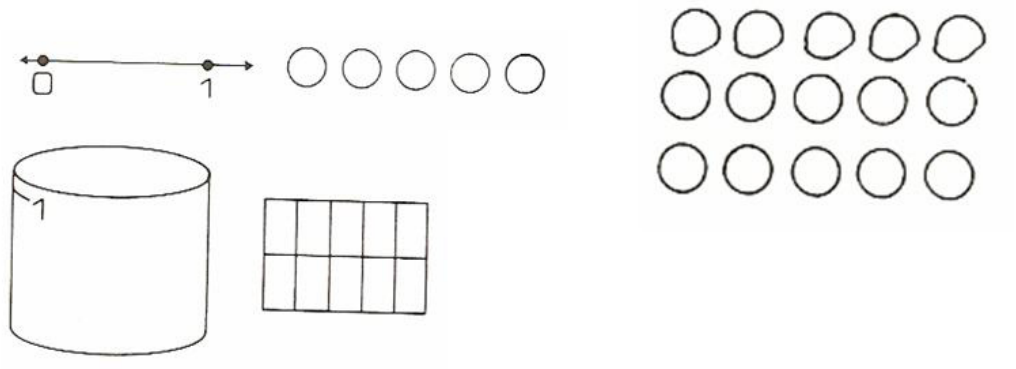


Figura 1

Ora, $\frac{2}{5}$ de qualquer uma destas figuras determinam-se como?

Queremos $\frac{2}{5}$ das bolas, ou seja, duas das cinco bolas então pintamos duas bolas.

Figura 2

Na figura 3 o todo são 15 bolas, para obtermos $\frac{2}{5}$ das bolas dividimos o grupo de 15 bolas por 5, ficando assim com 5 grupos de 3 bolas. Para obter $\frac{2}{5}$ das bolas pinto 2 grupos de 3 bolas.

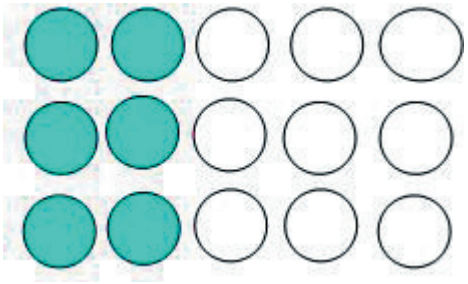


Figura 3

2- **<u>Identificar exemplos e contra-exemplos de conceitos; comparar e distinguir conceitos</u>**.

Na figura abaixo, vamos colocar um "Q" em cada figura que seja um quadrilátero; um "P" em cada paralelogramo; um "R" em cada rectângulo; um "L" em cada losango, e um "*" em cada quadrado. Pode-se colocar mais de uma letra numa dada forma.

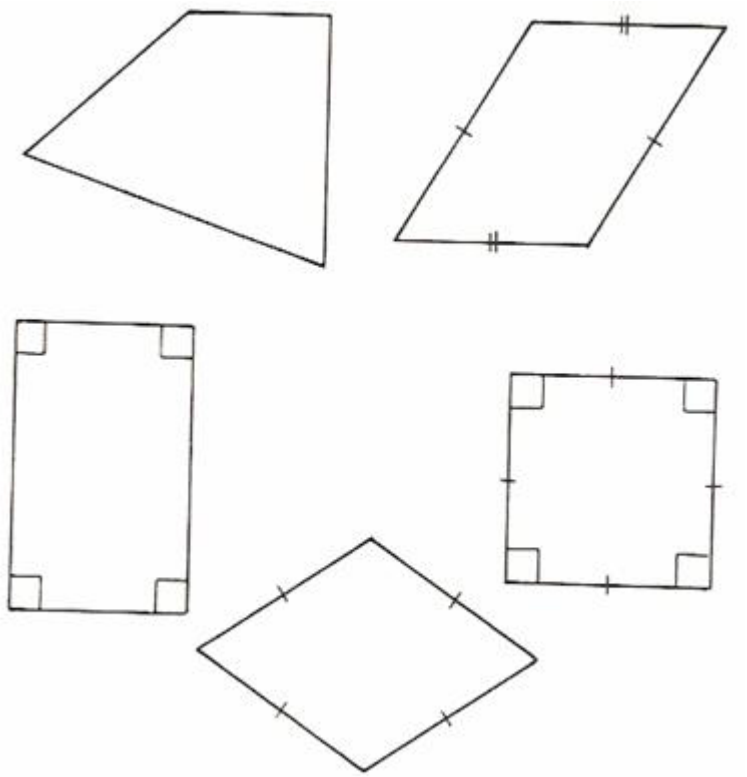
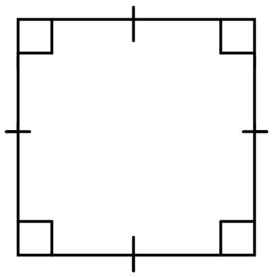
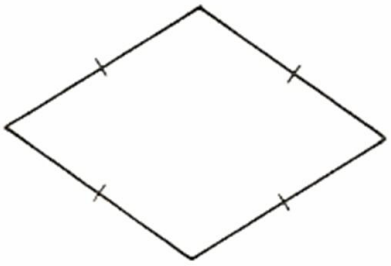
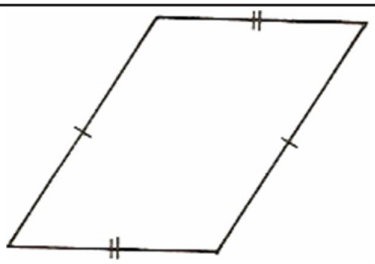
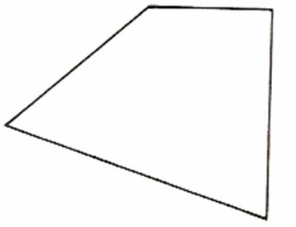


Figura 4

	É um quadrilátero (Q), é um paralelogramo (P), é um rectângulo (R), é um losango (L) e é um quadrado (*).
	É um quadrilátero (Q), é um paralelogramo (P), é um rectângulo (R).
	É um quadrilátero (Q), é um paralelogramo (P), é um losango (L).
	É um quadrilátero (Q), é um paralelogramo (P), é um losango (L).
	É um quadrilátero (Q).

Quem consegue identificar correctamente cada figura demonstra que conhece que uma única forma pode ser classificada de várias maneiras. Tal facto revela que compreende a inclusão de classes entre os tipos de quadriláteros (isto é, todos os quadrados são rectângulos e losangos e todos os rectângulos são paralelogramos).

3- **Integrar conceitos**

Numa viagem do Porto a Lisboa, a Paula adormeceu a meio da viagem. Quando acordou ainda tinha que percorrer metade da distância que tinha feito enquanto dormia. Que parte da totalidade da viagem correspondeu ao tempo em que dormiu?

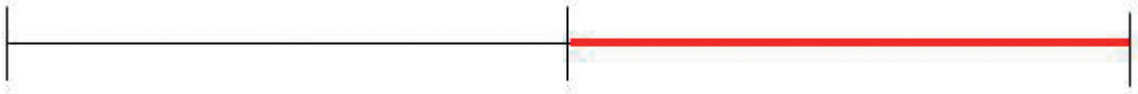
Considerando que a parte mais carregada de cada diagrama da figura 5 corresponde ao tempo em que a Paula esteve a dormir, qual deles se ajusta melhor à resposta do problema?

Figura 5

Como resolver esta questão?

Resolução:

Se a Paula adormeceu a meio da viagem vamos dividir o troço que representa a viagem em dois.



Ou seja, ela adormeceu a partir do traço vermelho. Mas ela acordou, faltava ainda metade do caminho até ao destino. Então vamos dividir a parte a vermelho em dois também.

Parte da totalidade da viagem que a Paula dormiu está representada a azul, na figura 5, corresponde à alínea a).

Esta actividade avalia uma pessoa é capaz de usar os conhecimentos que tem sobre fracções para interpretar o problema e identificar a solução correcta. Ela requer, igualmente, que se considere uma fracção em diferentes unidades. Pode-se começar por considerar toda a viagem como sendo a unidade e, em seguida, tomar-se uma unidade diferente (a parte da viagem durante a qual a Paula está a dormir).

Separador

ÍNDICE

- Desemprego, como sobreviver?
- Flagelo Nacional
- Estatísticas do emprego
- Evolução tecnológica
- Higiene e Segurança no Trabalho
- Alimentação saudável
- Direito à saúde
- Saúde no Mundo
- Ginástica orçamental
- Gordura não é formosura
- Mente Sã
- Cuidar da nossa saúde
- Aprender a relaxar
- Manter a forma
- Qualidade dos produtos
- Praticar desporto
- Devemos garantir a saúde e bem-estar de todos
- Doenças, que desafios?
- Acessibilidades
- Riquezas económicas
- Viver em comunidade
- Tradições
- Tipos de comunidades
- Diferenças arquitectónicas
- Xenofobia
- Direitos da mulher
- Exploração sexual
- Emigração clandestina

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

Desempregado, como sobreviver? P. 26

Não necessita de resolução.

Flagelo Nacional P. 27

1.1.1. Aproximadamente 50000 pessoas

1.1.2. Melhor período entre 2000 a 2001; Período mais crítico em 2005

1.1.3. De 1995 a 1996 houve um aumento significativo de desemprego. A partir de 1996 até 2001 verificou-se uma diminuição acentuada, invertendo depois a tendência.

1.2. Existe uma quase proporcional entre o número de ofertas de emprego e o desemprego registado.

1.3.

1.3.1. Existe uma maior taxa de incidência de desemprego no Norte do País

1.3.2. Devido à época de turismo

Estatísticas do emprego P. 31

1.1.

	3º Trimestre de 2004	2º Trimestre de 2005	3º Trimestre de 2005
Taxa de Actividade (%)	52,3 %	52,4%	52,6%
Homens	58,1%	57,9%	58%
Mulheres	46,9%	47,3%	47,6%
Taxa de Desemprego (%)	6,8%	7,2%	7,7%
Homens	6,0%	6,5%	6,7%
Mulheres	///7,8%	8,1%	8,9%
População Desempregada (Milhares)	375,9	399,3	429,9
População Empregada (Milhares)	5125,5	5132,0	5130,0

Evolução tecnológica P. 35

1.1. Julho a Setembro

1.2.

Ofertas de emprego / Mês	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa (%)	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada	Frequência relativa acumulada (%)
Janeiro	33	0,09	9%	33	0,09	9%
Fevereiro	24	0,06	6%	57	0,15	15%
Março	24	0,06	6%	81	0,21	21%
Abril	34	0,09	9%	115	0,30	30%
Maio	31	0,08	8%	146	0,38	38%
Junho	38	0,10	10%	184	0,48	48%
Julho	25	0,06	6%	209	0,54	54%
Agosto	26	0,07	7%	235	0,61	61%
Setembro	42	0,11	11%	277	0,72	72%
Outubro	32	0,08	8%	309	0,80	80%
Novembro	44	0,11	11%	353	0,92	92%
Dezembro	32	0,08	8%	385	1,00	100%
Total	385	1	100%			

1.2.1. 385 ofertas de emprego

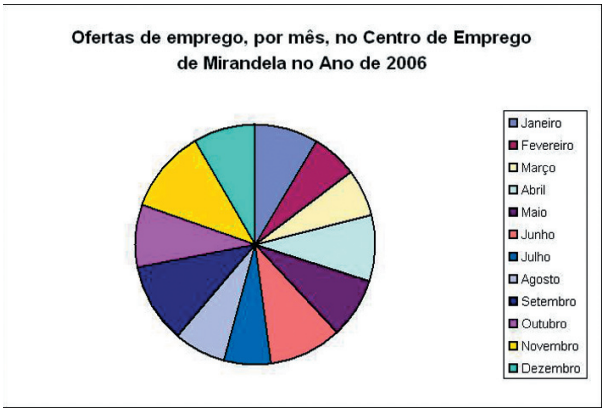
1.2.2. 32 ofertas por mês em média

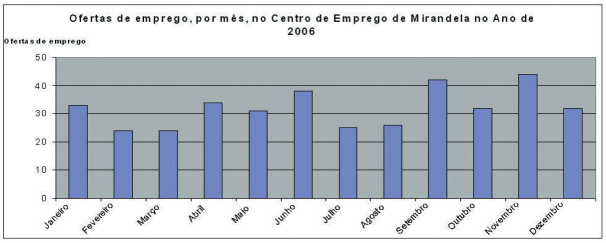
1.2.3. a mediana é de 32

1.2.4. a moda tem 2 valores: 24 e 32. significa os valores que se repetem mais.

1.2.5. no primeiro semestre houve menos 4,4% de ofertas de emprego.

2.





Higiene e Segurança no Trabalho P. 39

1.1.

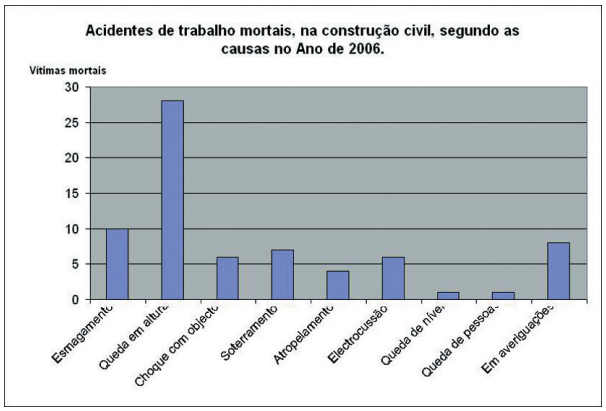
Sector de Actividade	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa em percentagem
Agricultura	14	0,09	9%
Indústria	39	0,25	25%
Construção	71	0,45	45%
Comércio	11	0,07	7%
Transportes	5	0,03	3%
Admin. pública	6	0,04	4%
Outros sectores	11	0,07	7%
Total	157	1	100%

1.1.1 45 %

1.1.2 Industria 25% e agricultura 9%

consultua
Ensino e Formação Profissional, Lda

2.



3.1. A competitividade e os níveis de segurança no trabalho demonstra claramente que melhores condições de segurança e saúde no trabalho significam maior produtividade. O gráfico demonstra que as economias mais competitivas têm os melhores níveis de segurança e saúde no trabalho, e vice-versa.

Desafio orçamental P. 43

Não necessita de resolução.

Alimentação saudável P. 55

Azeite: 0,26 litros;

Camarão: 0,750 kg

Batata: 1,25 kg;

Sumo de limão: 2 dl

Farinha: 0,255 kg;

Manteiga: 250 g

Açúcar: 0,15 kg;

Leite: 1,25 litros; não, além de um litro é necessário mais de $\frac{1}{4}$ litro.

Para 10 pessoas:

Azeite: 0,4(3) litros;

Camarão: 1,25 kg

Batata: 2,1 kg;

Sumo de limão: 3,3(3) dl

Farinha: 0,425 kg;

Manteiga: 416,6(6) g

Açúcar. 0,25 kg;

Leite: 2,1 litros.

Direito à saúde P. 63

1.1. 42 549 000 €.

1.2. 6,9 €.

1.3. 65%.

2.1. 162,14 €.

2.2. 37%.

3.

Região de Portugal	Taxa de Prevalência da Obesidade	Total de indivíduos
Alentejo	13,9%	625.500
Lisboa e Vale do Tejo	13,4%	603.000
Centro	11,3%	608.500
Algarve	9,9%	445.500
Norte	9,6%	432.000

Saúde no Mundo P. 69

1. $2,2 \times 10^{-9}$

2.

Valor	Numerário	Notação Científica
14 mil	14.000	$1,4 \times 10^{-4}$
3,1 milhões	3.100.000	$3,2 \times 10^{-6}$
4,9 milhões	4.900.000	$4,9 \times 10^{-6}$
22 milhões	22.000.000	$2,2 \times 10^{-7}$
28 milhões	28.000.000	$2,8 \times 10^{-7}$
44 milhões	44.000.000	$4,4 \times 10^{-7}$

3.

$150\ 000\ 000 = 1,5 \times 10^{8}$

$15\ 000\ 000 = 1,5 \times 10^{7}$

$80\ 000\ 000 = 8 \times 10^{7}$

$10\ 000\ 000 = 1 \times 10^{7}$

4.

$34\ 400\ 000 = 34,4 \times 10^{6}$

$27\ 600\ 000 = 27,6 \times 10^{6}$

4.2. 21 672 000 Pessoas infectadas em África

5.1. $15\ 000\ 000 = 15 \times 10^{6}$

$40 = 4 \times 10^{1}$

5.2. $15 \times 10^{6} \times 4 \times 10^{1} = 6 \times 10^{8}$

6.1. $60\ 000\ 000 = 6 \times 10^{7}$

6.2. $0,000\ 000\ 008 = 8 \times 10^{-9}$

6.3. $6 \times 10^{7} \times 8 \times 10^{-9} = 48 \times 10^{-2}$

7.1.

Valor	Numerário	Notação científica
4,5 mil milhões	4.500.000.000	$4,5 \times 10^{-9}$
6 milhões	6.000.000	6×10^{-6}
300 milhões	300.000.000	3×10^{-8}

Glóbulos vermelhos: $5x\ 4,5 \times 10^{9} = 22,5 \times 10^{9}$

Glóbulos brancos: $5 \times 6 \times 10^{6} = 30 \times 10^{6}$

Plaquetas: $5 \times 3 \times 10^{8} = 15 \times 10^{8}$

Ginástica orçamental P. 75

A expressão $3\ c = 75$ é uma equação, onde C é a incógnita ou variável;

$3\ c$ é o 1º membro da equação ;

75 é o 2º membro da equação ;

2.1. $\frac{1}{2}X + \frac{1}{4}X + 6 = X$

2.2. 12 caixas, 6 frascos e 6 xaropes

2.3. 232 euros

Gordura não é formosura P. 83

1.1.

Alunos	IMC	Peso	Altura2	Altura
Carlinhos	33,22	24kg	0,7225	85 cm
Joana	16,04	13kg	0,81	90 cm
Bela	20	13,5kg	0,6724	82 cm
Pedro	22	18	0,8181	91 cm
Tiago	27,68	20	0,7225	85 cm
Mariana	26	26 Kg	1	1 m

1.2.

Aluno	IMC	Classificação
Carlinhos	33,22	Obesidade de Classe 1
Joana	16,04	Baixo Peso
Bela	20	Peso Normal
Pedro	22	Peso Normal
Tiago	27,68	Excesso de Peso
Mariana	26	Excesso de Peso

2.1. 1040 Calorias ao jantar

2.2. 37,5 minutos

2.3. 55,5 minutos

Mente Sã P. 89

1. Equação: 625 = (10 + x) x (10 + x)

Solução final: 15 m

2. 100m

3. Diâmetro é aproximadamente 8cm

Cuidar da nossa saúde P. 95

1. $x + 3x + 2x = 1800 \leftrightarrow x = 300$Pessoas

2. 36 Mulheres; 108 Crianças e 756 Homens.

3. 12%

Aprender a relaxar P. 99

1.

com a tarifa 1, paga-se por X entradas: $200X$

com a tarifa 2, paga-se por X entradas: $1000X + 50X$

A tarifa 2 é mais vantajosa quando: $1000X + 50X < 200X$

$1000 < 200X - 50X$

$\Leftrightarrow 1000 < 150X$

$\Leftrightarrow \frac{1000}{150} < X$

$\Leftrightarrow X > 6,6$ (6)

A partir da 7.ª entrada é mais vantajoso.

2.1. $22 < x$

Tem que ir pelo menos 23 vezes para a proposta 1 ser mais vantajosa.

2.2. $x > 14,6$, tem que ir mais de 15 vezes

Manter a forma P. 103

1.1. Área de A = 375 m^2 ; Área de B = 750 m^2; Área de C = 375 m^2.

1.2. Perímetro de A = 117,2 m;

Perímetro de B = 65,2 m

Perímetro de C = 94,1

Perímetro total = 185,2 m

Qualidade dos produtos P. 107

1. 150 unidades

2.1. Embalagem A = 1 litro

Embalagem B = 1 litro

2.3. A nova embalagem fica mais cara porque é necessário mais material de construção. A área de material necessário para construir a embalagem A é de 652,5 cm^2, enquanto a embalagem B necessita de 679,4 cm^2.

3. Primeiro enche-se o recipiente de 7 litros e despeja-se para o de 11litros. Desta forma, sabe-se que o recipiente de 11 litros ainda tem capacidade para mais 4 litros, assim sendo, volta-se e encher o recipiente de 7 litros, despeja-se novamente para o de 11 até encher, quando esta situação acontecer, tem-se a certeza que no recipiente de 7 litros estarão apenas 3.

Praticar desporto P. 111

1.1. Piscina de competição: 750,15 m^3

Piscina de recreio: 180,04 m^3

1.2. Piscina de competição: 750150 litros

Piscina de recreio: 180040 litros

1.3. Piscina de competição: entre 15003 a 37508 litros de água

Piscina de recreio: entre 3601 a 9002 litros de água

1.4. Piscina de competição: entre 375075 a 750150 mg de cloro

Piscina de recreio: entre 90020 a 180040 mg de cloro

1.5. Piscina de competição: 208 banhistas

Piscina de recreio: 75 banhistas

1.6. Piscina de competição: 53:50h

Piscina de recreio: 11h:53h

Devemos garantir a saúde e bem-estar de todos P. 119

1.1. Sim porque as dimensões desta casa de banho são de 2,5 m por 2,5 m.

1.2. **1ª etapa:** 0,7150 m^2; **2ª etapa:** 0,031416 m^2; **3ª etapa:** 5,504 m^2; cada mosaico ocupa 0,09 m2 e são necessários 62 mosaicos

2. Sim porque a altura do manípulo está a 0,99 m.

Doenças, que desafios? P. 125

1.1. Não, porque está a uma altura de 1,37 cm

1.2. 26,6º

2. 21,9 m

Acessibilidades P. 129

1.1. 87 cm

1.2. 1.º passo: 5,4º; 2.º passo: 47 cm; 3.º passo: sim, 1,38 m

1.3. Passo 1: 5,9 m; Passo 2: 0,9 m; Passo 3: tangente; Passo 4: 8,5º, não está conforme.

consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

Riquezas económicas P. 145

1.

Indicação	Escala numérica	Escala gráfica
1 cm representa 250 km	1 : 25 000 000	0 250 500 750Km
1 cm representa 30 km	1: 3 000 000	0 65 130 195Km
1 cm representa 65 km	1 : 6 500 000	0 65 130 195Km

2. 1:0,5; 1:0,025

3. Aproximadamente 820 km

4.1. Aproximadamente 110 m de altura

4.2. Aproximadamente 28 m de comprimento

5. A escala é de 1:50

Viver em comunidade P. 153

1.1. Sim, cada família pode-se considerar como uma comunidade.

1.2. Não, porque não existe qualquer tipo de relacionamento entre elas.

1.3. Não, porque não existe uma correspondência entre os dois conjuntos (2 famílias)

2.1. Sim, porque a cada elemento da família Esteves, só corresponde um elemento da família Faria.

2.2. Domínio = {Marco, Mário}

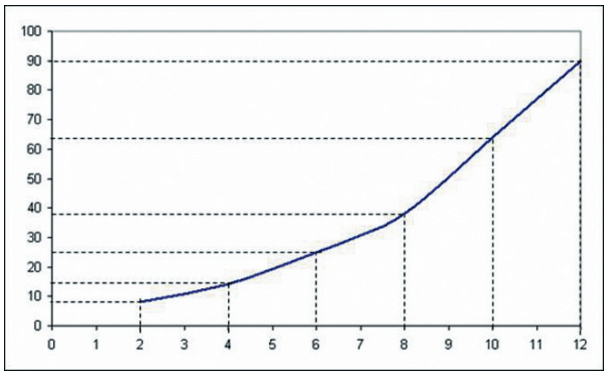
Contra domínio = {Lurdes}

Conjunto de chegada = { José, Paula, Lurdes, Carla, Luís}

3.1. Não, porque ao mesmo elemento da família Esteves corresponde mais do que uma imagem.

Tradições P. 159

1.1.



1.2. Para 5 anos: aproximadamente 19 cm;

Para 11 anos: aproximadamente 78 cm.

1.3. Domínio = {2, 4, 6, 8, 10, 12};

Contradomínio = {8, 14, 25, 38, 64, 90}

Variável independente – idade

Variável dependente – diâmetro

1.4. Não, porque o gráfico da função não é uma recta.

Tipos de comunidades P. 163

1.1. 10 horas

1.2. 200 km

1.3. Aproximadamente 1h e 30 minutos

1.4. 1.ª hora de viagem – 50 km

2.ª hora de viagem – 100 km

1.5.

Tempo de viagem (em horas)	Distancia à escola (em km)
10	0
10,5	25
11	50
12	150
13	150
13,5	200
14	200

1.6. Domínio = {horas};

Contradomínio = {distância à escola}

Variável independente – horas

Variável dependente – distância

1.7. Sim porque o gráfico é uma composição de rectas.

Árvore de Natal P. 169

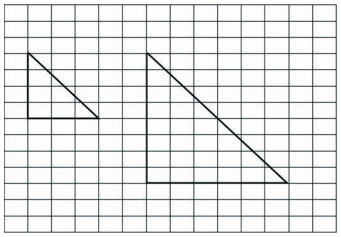
Não são necessárias soluções

Calçada portuguesa P. 173

Não são necessárias soluções

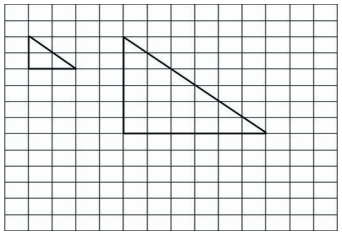
Diferenças arquitectónicas P. 175

1. Um exemplo de triângulos pode ser:



consultua Ensino e Formação Profissional, Lda

2. Um exemplo pode ser:



2.1. Considerando que cada quadricula tem 1 cm de lado, o triângulo mais pequeno terá uma área de 2cm2 e o triângulo maior, cujos catetos são o triplo, terá uma área de 18cm2.

3. O prédio tem uma altura de 17,6 m

Xenofobia P. 189

1.1. 2

1.2. 6

1.3. 4

1.4. 24

Direitos da mulher P. 193

1.1. Aproximadamente 13552 casos de violência doméstica.

1.2. Aproximadamente 4364 casos de maus-tratos psíquicos e 4215 de maus-tratos físicos

2. $2 \times 10^6 = 2\,000\,000$;

$1{,}3 \times 10^8 = 130\,000\,000$

Exploração sexual P. 197

1.1. No mês de Novembro obtemos os 2048 casos de pessoas infectadas.

1.2. Segundo mês: 4 pessoas;

Terceiro mês: 8 pessoas;

Quarto mês: 16 pessoas;

Quinto mês: 32 pessoas

1.3. Verifica-se que o número de clientes infectados do mês seguinte é o dobro do mês anterior. Assim, no mês de Novembro obtemos os 2048 casos de pessoas infectadas.

Emigração clandestina P. 201

1.1. 4 m de largura por 4 m de comprimento.

1.2.1. $16m^2$; $8m^2$; $4m^2$; $2m^2$; $1m^2$;

1.2.2. Com o aumento de pessoas a partilhar o mesmo quarto.

1.2.3. Esta condição pode justificar-se através de uma relação de proporcionalidade directa.

consultua
Ensino e Formação Profissional, Lda

BIBLIOGRAFIA GERAL

CALDAS, Ivette, FONSECA, Teresa (1994). Matemática, *Uma Linguagem Universal, 5.º Ano de Escolaridade*. Edições Rumo, Lisboa.

CORREIA, Ana Luísa et al (1991). *Matemática, 7.º Ano de Escolaridade*. Edições ASA, Rio Tinto.

CORREIA, Ana Luísa et al (1992). *Matemática, 8.º Ano de Escolaridade*. Edições ASA, Rio Tinto.

CORREIA, Ana Luísa et al (1993). *Matemática, 9.º Ano de Escolaridade*. Edições ASA, Rio Tinto.

CRUZ, Amabília et al (1996). *Matemática 7.º*. Porto Editora, Porto.

DURÃO, Elza, BALDAQUE, Maria (2000). *Matemática 9.º*. Texto Editora, Lisboa.

NEVES, Maria Augusta, FARIA, Maria Luísa (1998). *Matemática 9.º Ano*. Porto Editora, Porto.

NEVES, Maria Augusta, FARIA, Maria Luísa (1999). *Matemática 8.º Ano*. Porto Editora, Porto.

NEVES, Maria Augusta et al (2004). *Matemática 7.º Ano*. Porto Editora, Porto.

NEVES, Maria Augusta et al (2005). *Matemática 8.º Ano*. Porto Editora, Porto.

NEVES, Maria Augusta et al (2004). *Matemática 9.º Ano*. Porto Editora, Porto.

Sites Consultados:

http://alea-estp.ine.pt/ingles/html/nocoes/html/cap1_1_0.html
http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/index.html
http://matematica.com.sapo.pt/
http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm205/menu.htm
http://www.exatas.hpg.ig.com.br/
http://www.iep.uminho.pt/aac/hsi/a2002/trigo/webquest.htm
http://www.infoefa.com/
http://www.matematica.com.br/
http://www.reniza.com/matematica/
http://www.somatematica.com.br
http://www.sosmatematica.com/
http://www.wikipedia.org/